

**PROYECTO FIN DE CARRERA**



**UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID**

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y  
TEORÍA DE ESTRUCTURAS**

**OPTIMIZACIÓN DE COMPONENTE AERONÁUTICO  
A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE COMPOSICIÓN Y  
CONFIGURACIÓN DE MATERIALES  
COMPUESTOS, POR MEDIO DE SIMULACIONES  
CON MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

**AUTOR: SEBASTIÁN MESA APESTEGUI**

**TUTOR: FEDERICO MARTÍN DE LA ESCALERA CUTILLAS**

## **Agradecimientos**

Quisiera agradecer especialmente a mi tutor, Federico Martín de la Escalera, por su ayuda para conseguir un proyecto de fin de carrera, y por sus consejos durante la elaboración de este proyecto. Gracias a él pude tomar una estrategia correcta.

Durante mi estancia en SerTec, estuve rodeado de gente que creaba buen ambiente, a todos les agradezco su simpatía conmigo. Pero en esta compañía estuve colaborando más estrechamente con algunas personas, y a ellas debo una gran gratitud:

- Raúl Herrero, que me ayudó a solventar varios problemas, y fue flexible conmigo.
- A Pedro Baquero, que me enseñó muchísimas cosas, de orden técnico, pero también de filosofía de trabajo de un ingeniero, y fue ha sido muy importante en dar forma a este trabajo.
- A José María del Valle, que me ayudó a solucionar problemas con la geometría virtual del modelo.
- A Santiago Fernández, que me prestó gran ayuda en cuestiones informáticas.

Además, debo el agradecimiento a SerTec por proveerme datos de documentos internos sobre sus proyectos, para que yo pudiera realizar este trabajo.

Por supuesto, el más grande agradecimiento a mis padres, que me han dado, no sólo ahora sino toda la vida, todo el soporte posible para que yo pueda superar obstáculos, y me han alentado siempre, creyendo en mí más que yo mismo. Y también a mi hermana, que además de apoyarme y animarme siempre, colaboró en el apartado gráfico de este trabajo.

Puede que olvide a alguien ahora, pero seguramente se lo haya dicho en persona.

Muchas gracias a todos. Fueron fundamentales.

# **TABLA DE CONTENIDOS**

RESUMEN – ABSTRACT .....	10
1. INTRODUCCIÓN .....	11
1.1. Finalidad del proyecto y objetivos a cumplir .....	12
1.2. Estructura de la memoria .....	13
2. DESCRIPCIÓN DE LAS PIEZAS ANALIZADAS .....	15
3. NORMATIVA AERONÁUTICA .....	21
3.1. Certificado de Tipo y de Aeronavegabilidad .....	21
3.2. Principales organismos reguladores .....	22
3.3. Valores de normativa aeronáutica .....	24
3.4. Cargas del simulador .....	25
3.5. Conclusión .....	25
3.6. Normativa contra incendios .....	26
3.7. Normas y acuerdos medioambientales .....	28
4. ESTADO DEL ARTE .....	30
4.1. Resinas utilizadas en materiales compuestos .....	30
4.1.1. Termoplásticos .....	31
4.1.2. Termoestables .....	32
4.2. Fibras utilizadas en materiales compuestos .....	33
4.3. Fabricación y conformado de materiales compuestos .....	34
4.3.1. Sheet Moulding Compound .....	34
4.3.2. Bulk Moulding Compound .....	35
4.3.3. Glass Mat-reinforced Thermoplastic .....	36
4.3.4. Moldeo por compresión .....	37
4.3.5. Hand lay-up .....	37
4.3.6. Spray lay-up .....	38
4.3.7. Preimpregnado .....	39
4.3.8. Moldeo con bolsa al vacío .....	40
4.3.9. Moldeo con bolsa a presión .....	41
4.3.10. Automated Fiber Placement .....	41
4.3.11. Automated Tape Laying .....	42
4.3.12. Autoclave .....	42

4.3.13.	Resin Transfer Moulding -----	43
4.3.14.	Vacuum Infusion -----	44
4.3.15.	Filament winding -----	45
4.3.16.	Pultrusión -----	46
4.4.	Tendencias en interiores de aviones -----	47
5.	MATERIALES Y MODELOS FISICOMATEMÁTICOS UTILIZADOS -----	48
5.1.	PET modificado con CHDM -----	48
5.1.1.	Modelo de material -----	49
5.2.	Aluminio Al 6063-T6 -----	50
5.2.1.	Modelo de material -----	50
5.3.	Material compuesto -----	51
5.4.	Resina fenólica -----	51
5.4.1.	Modelo de material -----	51
5.5.	Fibra de vidrio -----	52
5.5.1.	Modelo de material -----	52
5.6.	Material compuesto (GFRP) -----	53
5.6.1.	Micromecánica de la lámina -----	54
5.6.1.1.	Hipótesis de trabajo para la lámina -----	54
5.6.1.2.	Hipótesis y datos para la fibra -----	54
5.6.1.3.	Hipótesis y datos para la matriz -----	55
5.6.1.4.	Parámetros elásticos micromecánicos de la lámina -----	55
5.6.1.5.	Propiedades resistentes del material de la lámina -----	56
5.6.2.	Macromecánica de la lámina -----	58
5.6.3.	Macromecánica del laminado -----	63
5.6.3.1.	Características de los laminados -----	65
5.6.3.2.	Tipos de laminados -----	66
5.6.4.	Elección de laminado para simulación -----	69
5.6.5.	Criterios de fallo del laminado -----	71
6.	ANÁLISIS MODAL -----	73
6.1.	Valores y vectores propios -----	73
6.2.	Factores de participación -----	75
6.3.	Masas efectivas -----	76
7.	ELEMENTOS FINITOS -----	77
7.1.	Fases del Método de Elementos Finitos -----	77



7.1.1.	Fase de preproceso	77
7.1.2.	Fase de cálculo	78
7.1.3.	Fase de postproceso	78
7.2.	Simulación con ANSYS	78
7.2.1.	Elementos finitos en la simulación con PETg	78
7.2.2.	Elementos finitos en la simulación con GFRP	80
8.	SIMULACIÓN DEL MODELO <i>PETg</i> CON ANSYS	82
8.1.	Datos de materiales	83
8.2.	Condiciones de contorno y cargas	85
8.3.	Mallado	93
9.	SIMULACIÓN DEL MODELO <i>GFRP</i> CON ANSYS	100
9.1.	Datos de materiales	100
9.2.	Mallado	100
9.3.	Configuración del laminado	105
9.4.	Postproceso	112
10.	RESULTADOS	120
10.1.	Frecuencias y modos propios	120
10.1.1.	Modelo PETg	120
10.1.2.	Modelo GFRP	125
10.1.3.	Comparativa	130
10.2.	Análisis de esfuerzos y desplazamientos	131
10.2.1.	Desplazamientos	133
10.2.2.	Tensiones	135
10.2.3.	Índices de fallo	138
10.2.4.	Análisis comparativo	139
10.3.	Costes de fabricación	142
10.3.1.	Coste de fabricación GFRP	142
10.3.2.	Coste de fabricación PETg	142
11.	CONCLUSIONES	144
12.	REFERENCIAS	146

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Avión ATR 72-500.</i>	15
<i>Figura 2. Techo de simulador de cabina de avión ATR 72-500.</i>	16
<i>Figura 3. Panel delantero.</i>	16
<i>Figura 4. Panel trasero.</i>	17
<i>Figura 5. Panel piloto.</i>	18
<i>Figura 6. Panel copiloto.</i>	18
<i>Figura 7. Panel techo cabina. Principales áreas de interés.</i>	20
<i>Figura 8. Sheet Moulding Compound.</i>	35
<i>Figura 9. Bulk Moulding Compound.</i>	36
<i>Figura 10. Glass Mat-reinforced Thermoplastic.</i>	37
<i>Figura 11. Moldeo por compresión.</i>	37
<i>Figura 12. Hand lay-up.</i>	38
<i>Figura 13. Spray lay-up.</i>	38
<i>Figura 14. Pre-preg.</i>	39
<i>Figura 15. Moldeo con bolsa al vacío.</i>	41
<i>Figuras 16 y 17. Automatic Fiber Placement.</i>	42
<i>Figura 18. Autoclave.</i>	43
<i>Figura 19. Resin Transfer Moulding.</i>	44
<i>Figura 20. Vacuum Infusion.</i>	45
<i>Figura 21. Filament winding.</i>	46
<i>Figura 22. Pultrusión.</i>	46
<i>Figura 23. Ejes de referencia en el material de la lámina.</i>	55
<i>Figura 24. Relación entre ejes de referencia.</i>	60
<i>Figura 25. Geometría, nodos y sistema de coordenadas de elemento SOLID187.</i>	79
<i>Figura 26. Geometría, nodos y sistema de coordenadas de elemento SHELL181.</i>	80
<i>Figura 27. Pantalla base ANSYS Workbench.</i>	82
<i>Figura 28. Ventana base de ANSYS Mechanical.</i>	83
<i>Figura 29. Ventana “Engineering Data” para PETg.</i>	84
<i>Figura 30. Ventana “Engineering Data” para Al 6063-T6.</i>	84
<i>Figura 31. Asignación de material.</i>	85
<i>Figura 32. “Named Selections”.</i>	86
<i>Figura 33. Creando contactos.</i>	87

<b>Figura 34. “Object Generator”.</b>	<b>87</b>
<b>Figura 35. Lista de pernos y “Named Selections”.</b>	<b>88</b>
<b>Figura 36. Contactos “Bonded” creados.</b>	<b>88</b>
<b>Figura 37. “Pinball Region”.</b>	<b>89</b>
<b>Figura 38. Masas puntuales.</b>	<b>90</b>
<b>Figura 39. Masas puntuales.</b>	<b>90</b>
<b>Figura 40. Masas puntuales.</b>	<b>92</b>
<b>Figura 41. Malla preliminar.</b>	<b>93</b>
<b>Figura 42. “Inflation”.</b>	<b>95</b>
<b>Figura 43. Coordenadas.</b>	<b>96</b>
<b>Figura 44. “Sphere of Influence”.</b>	<b>96</b>
<b>Figura 45. Sistemas de coordenadas y “Sphere of Influence”.</b>	<b>97</b>
<b>Figura 46. “Sphere of Influence”.</b>	<b>98</b>
<b>Figura 47. Mallado definitivo.</b>	<b>98</b>
<b>Figura 48. Mallado definitivo con zonas de interés marcadas.</b>	<b>99</b>
<b>Figura 49. Ventana “Engineering Data” para Al 6063-T6.</b>	<b>100</b>
<b>Figura 50. Ventana “Engineering Data” para GFRP.</b>	<b>101</b>
<b>Figura 51. Tamaños de elemento.</b>	<b>102</b>
<b>Figura 52. Tamaños de elemento.</b>	<b>102</b>
<b>Figura 53. Mallado definitivo.</b>	<b>103</b>
<b>Figura 54. Mallado definitivo.</b>	<b>104</b>
<b>Figura 55. Mallado definitivo.</b>	<b>104</b>
<b>Figura 56. Definición de lámina.</b>	<b>105</b>
<b>Figura 57. Definición de “Stackup”.</b>	<b>106</b>
<b>Figura 58. Opciones en el análisis del “Stackup”.</b>	<b>106</b>
<b>Figura 59. Opciones en el análisis del “Stackup”.</b>	<b>107</b>
<b>Figura 60. Opciones en el análisis del “Stackup”.</b>	<b>107</b>
<b>Figura 61. “Element Sets”.</b>	<b>108</b>
<b>Figura 62. Definición de “Rosettes”.</b>	<b>109</b>
<b>Figura 63. Definición de “Oriented Element Sets”.</b>	<b>109</b>
<b>Figura 64. Modeling Ply.</b>	<b>110</b>
<b>Figura 65. Jerarquía dentro de “Modeling Groups”.</b>	<b>111</b>
<b>Figura 66. Orientación lámina 3.</b>	<b>111</b>
<b>Figura 67. Conexión entre módulos en Workbench.</b>	<b>112</b>

<b>Figura 68. “Solution.1”</b>	<b>113</b>
<b>Figura 69. “Failure Criteria.1”</b>	<b>113</b>
<b>Figura 70. Configuración de “Failure.1”</b>	<b>114</b>
<b>Figura 71. “Deformation”</b>	<b>115</b>
<b>Figura 72. “Stress”</b>	<b>115</b>
<b>Figura 73. “Strain”</b>	<b>116</b>
<b>Figura 74. “Failure”</b>	<b>116</b>
<b>Figura 75. Orientación del laminado</b>	<b>117</b>
<b>Figura 76. Orientación del laminado</b>	<b>117</b>
<b>Figura 77. Orientación del laminado</b>	<b>118</b>
<b>Figura 78. Orientación del laminado</b>	<b>118</b>
<b>Figura 79. Orientación del laminado</b>	<b>119</b>
<b>Figura 80. Orientación del laminado</b>	<b>119</b>
<b>Figura 81. Modo de vibración 1 para PETg</b>	<b>123</b>
<b>Figura 82. Modo de vibración 2 para PETg</b>	<b>123</b>
<b>Figura 83. Modo de vibración 3 para PETg</b>	<b>123</b>
<b>Figura 84. Modo de vibración 4 para PETg</b>	<b>123</b>
<b>Figura 85. Modo de vibración 5 para PETg</b>	<b>124</b>
<b>Figura 86. Modo de vibración 6 para PETg</b>	<b>124</b>
<b>Figura 87. Modo de vibración 7 para PETg</b>	<b>124</b>
<b>Figura 88. Modo de vibración 8 para PETg</b>	<b>124</b>
<b>Figura 89. Modo de vibración 9 para PETg</b>	<b>125</b>
<b>Figura 90. Modo de vibración 10 para PETg</b>	<b>125</b>
<b>Figura 91. Modo de vibración 1 para GFRP</b>	<b>128</b>
<b>Figura 92. Modo de vibración 2 para GFRP</b>	<b>128</b>
<b>Figura 93. Modo de vibración 3 para GFRP</b>	<b>128</b>
<b>Figura 94. Modo de vibración 4 para GFRP</b>	<b>128</b>
<b>Figura 95. Modo de vibración 5 para GFRP</b>	<b>129</b>
<b>Figura 96. Modo de vibración 6 para GFRP</b>	<b>129</b>
<b>Figura 97. Modo de vibración 7 para GFRP</b>	<b>129</b>
<b>Figura 98. Modo de vibración 8 para GFRP</b>	<b>129</b>
<b>Figura 99. Modo de vibración 9 para GFRP</b>	<b>130</b>
<b>Figura 100. Modo de vibración 10 para GFRP</b>	<b>130</b>
<b>Figura 101. Panel techo cabina. Principales áreas de interés</b>	<b>133</b>
<b>Figura 102. Desplazamiento total (mm) en PETg. Ac. Z hacia abajo</b>	<b>134</b>

<i>Figura 103. Desplazamiento total (mm) en GFRP. Ac. X hacia delante.</i>	135
<i>Figura 104. Tensión principal máxima (MPa) en PETg. Ac. Z hacia abajo.</i>	136
<i>Figura 105. Tensión principal máxima (MPa) en PETg. Ac. X hacia delante.</i>	136
<i>Figura 106. Tensión principal máxima (MPa) en GFRP. Ac. X hacia delante.</i>	137
<i>Figura 107. Tensión normal (MPa) en GFRP. Ac. Z hacia abajo.</i>	137
<i>Figura 108. Índice de fallo en laminado GFRP – taladro 7b. Ac. X hacia delante.</i>	138
<i>Figura 109. Índice de fallo en laminado GFRP. Ac. X hacia delante.</i>	139

## **ÍNDICE DE TABLAS**

<i>Tabla 1. Datos análisis modal PETg: Direcciones X, Y y Z.</i>	121
<i>Tabla 2. Datos análisis modal PETg: Rotaciones sobre X, Y y Z.</i>	122
<i>Tabla 3. Datos análisis modal GFRP: Direcciones X, Y y Z.</i>	126
<i>Tabla 4. Datos análisis modal GFRP: Rotaciones sobre X, Y y Z.</i>	127
<i>Tabla 5. Valores máximos de los parámetros para PETg según el caso de carga.</i>	132
<i>Tabla 6. Valores máximos de los parámetros para GFRP según el caso de carga.</i>	132
<i>Tabla 7. Masa de cada pieza en el conjunto PETg.</i>	140
<i>Tabla 8. Masa de cada pieza en el conjunto GFRP.</i>	

## **RESUMEN**

En el presente proyecto, se busca evaluar la factibilidad de sustituir el material plástico del que está fabricado un conjunto de paneles del techo de cabina de un avión de transporte comercial, por un material compuesto. Se hace una selección de materiales y cálculo de sus propiedades, y aplicando la Teoría Clásica de Laminado, se especifica un laminado adecuado. Posteriormente, con esos datos se realiza la simulación, usando el código comercial de elementos finitos ANSYS, de los paneles usando ambas alternativas materiales, y bajo cargas especificadas en la normativa aeronáutica aplicable, con el propósito de comparar ambas opciones.

Tras analizar los resultados, se llega a la conclusión de que es factible utilizar materiales compuestos para ahorrar peso en paneles interiores de aviones, cumpliendo con los requisitos exigidos a esas piezas.

**Palabras clave:** Materiales compuestos, industria aeronáutica, Teoría Clásica de Laminado, elementos finitos, ANSYS

## **ABSTRACT**

In the present project, the goal is to evaluate the feasibility of substituting the plastic material of which a set of ceiling panels from the cabin of an airliner are made out of, for a composite material. A materials selection and property calculation is made, and applying Classic Laminate Theory, a suitable laminate is specified. Subsequently, using the data, a simulation is carried out using commercial software ANSYS to perform Finite Element Method Analysis of the panels using both material alternatives, and under loads specified in applicable aeronautical regulations, with the purpose of comparing both options.

After analyzing the results, the conclusion is that it is feasible to use composites to save weight on interior panels of aircraft, meeting all the requirements demanded from these components.

**Key words:** Composite materials, aeronautical industry, Classic Laminate Theory. Finite elements, ANSYS

# **1. INTRODUCCIÓN**

Uno de los asuntos que suscita una creciente preocupación a nivel global es el calentamiento global de la atmósfera de la Tierra, que puede estar llevando hacia un cambio climático a nivel mundial con consecuencias potencialmente muy traumáticas para la humanidad, al menos en la mayoría de regiones del planeta. Como se ha establecido científicamente, el principal factor causante de este fenómeno es la emisión neta, derivada de actividades humanas, de gran cantidad de gases con efecto invernadero. De estas sustancias, la más relevante por causa de la cantidad emitida es el dióxido de carbono. Este gas es un producto típico de la combustión de sustancias orgánicas, tales como hidrocarburos, especialmente los de tipo fósil que la humanidad ha extraído de la corteza terrestre. Uno de los principales usos que se hace de los hidrocarburos fósiles es su combustión para producir energía mecánica usada en sistemas de transporte.

La industria aeronáutica es fundamental entre nuestros sistemas actuales de transporte, especialmente a larga distancia; la humanidad se ha beneficiado con una posibilidad mucho mayor de conectar regiones remotas, potenciando diversos negocios, de manera principal la industria turística internacional. Como consecuencia de su expansión, el tráfico aeronáutico mundial genera una porción significativa de las emisiones globales humanas de dióxido de carbono. Esto es debido a que la práctica totalidad de los aviones utilizan para su propulsión motores que consumen hidrocarburos, que a su vez proceden casi exclusivamente de yacimientos fósiles.

El advenimiento de normativas reguladoras de emisiones de gases contaminantes y de efecto invernadero para el transporte aéreo establece un condicionamiento al que los fabricantes de aeronaves deben someterse, llevándolos a desarrollar aviones cada vez más eficientes energéticamente. El otro factor de presión hacia esta tendencia puede encontrarse en los operadores de transporte aéreo (es decir, las aerolíneas). La creciente competencia en este mercado impulsa a las compañías a bajar los costes y a su vez a demandar de sus proveedores de aviones una mayor eficiencia que permita ahorrar combustible, reduciendo así sus costes operativos.

Con este objetivo, los fabricantes de aeronaves tienen tres frentes de trabajo básicos para incrementar una eficiencia global del vehículo que les permita disminuir el consumo de combustible. El primero es mejorar la eficiencia aerodinámica del avión; aumentar la sustentación o disminuir la resistencia aerodinámica aliviarían la carga exigida al grupo propulsor para cumplir los objetivos de velocidad y distancia. Precisamente el sistema propulsor sería el foco de otro de los aspectos básicos en este asunto, ya que mediante la reducción de pérdidas térmicas en los motores o una combustión más completa del combustible en los mismos se aprovecharía este precioso recurso de mejor manera, disminuyendo la cantidad necesaria para satisfacer los requerimientos operativos. Además, ello haría posible que los aviones pudieran cargar menos combustible para el viaje, reduciendo así el peso total de la aeronave. Y ahí radica la clave, puesto que la reducción de masa permite dimensionar los sistemas mencionados para requerimientos menos exigentes: no tener que generar tanta sustentación para levantar tanta masa, y no necesitar la producción de tanto empuje, dado que la masa a desplazar es menor.

En vista de lo anterior, puede decirse que toda medida encaminada a reducir la masa de un avión – sin menoscabo de las prestaciones específicas del propósito de la pieza o sistema –no solo aumenta automáticamente la eficiencia energética al reducir el consumo de combustible; también puede abrir un potencial margen de mejora para sistemas del vehículo, tales como el propulsor o el fuselaje y superficies sustentadoras.

El presente trabajo se orienta en esta línea de acción: el esfuerzo por bajar el peso de las piezas utilizadas en avión comercial, comparando el comportamiento de la pieza inicial con alternativas de igual geometría y dimensiones, pero diferente composición material. Concretamente, el enfoque está puesto en el ámbito de los paneles interiores de cabina. Este tipo de materiales cubren la gran mayoría del espacio habitado en un avión de transporte comercial, y en conjunto suponen una proporción significativa en masa total del vehículo. Por ello, pueden ser objeto de esfuerzos para la reducción de peso, como cualquier otro tipo de sistema dentro de la aeronave.

### **1.1. Finalidad del proyecto y objetivos a cumplir**

Por formularlo de una manera sintética: la finalidad de este proyecto es encontrar, para una pieza de avión dada, una composición material alternativa con la cual, cumpliendo las normativas aeronáuticas, generar en dicha pieza una reducción de peso tal que permita un ahorro de combustible a lo largo de la vida útil del componente. Idealmente, dicho ahorro cubriría o incluso excedería el incremento de coste por realizar la pieza en un nuevo material y proceso de fabricación, previsiblemente más caros.

Para satisfacer la finalidad del trabajo se ha establecido una serie de objetivos subsidiarios que han de ser cumplidos como parte del proceso que sirve a dicha finalidad. A continuación, se identifican las metas a perseguir.

La primera y más fundamental consiste en plantear correctamente el problema que se quiere resolver – y que ya fue abordado más arriba. Para ello es necesario determinar la naturaleza de la información que se quiere obtener al final del proceso; ello implica decidir cuáles son los tipos de datos adecuados para servir como solución del problema. Así se podrá elegir una estrategia eficaz para trabajar. En el presente trabajo, lo que se quiere averiguar es la diferencia de peso con respecto al caso base, cumpliendo las mismas exigencias mecánicas y termoquímicas reflejadas en la normativa.

Para ello, el siguiente objetivo que hay que cumplir es plantear las alternativas válidas. Por cuestiones prácticas como la falta de tiempo, se reducirá el número de alternativas estudiadas a dos. Una de ellas es la situación original, con el material usado en la pieza real, que es un polímero termoplástico llamado PETg. La meta es proponer un material compuesto que reúna las condiciones adecuadas para competir con el plástico original. Para la satisfacción de esta meta es importante hallar el marco teórico adecuado para cada material, que es lo que permitirá modelizarlo de manera satisfactoria. Por lo tanto, parte de este objetivo es definir el modelo fisicomatemático que se utilizará para representar y calcular el material del que están hechas las piezas. A través de la aplicación de dicho modelo teórico se podrá determinar una configuración óptima, para después proceder a probarla.



El siguiente objetivo es hallar casos de carga que sean verosímiles y representativos de las cargas a las que puede estar exigido el componente, o que pueden serle requeridas para homologación. Con esto en mente, se revisará la normativa aplicable.

Con esos casos de carga, la finalidad es realizar un conjunto de pruebas en que se evalúen dichos casos de carga. Se ha decidido que las pruebas serán simulaciones informáticas. Así pues, una vez definidos la geometría, los materiales y las cargas, le meta es realizar simulaciones con la técnica de elementos finitos utilizando el código comercial ANSYS. El esfuerzo se centrará en los paneles del techo, simplificando la modelización de otros objetos como pernos o herrajes, que se incluyen principalmente como accesorios para conectar los paneles a la estructura rígida. Se ha decidido realizar las simulaciones en régimen estático, por su simplicidad, que permite llevar a cabo el análisis en el más conocido régimen elástico lineal. Así se evita así el más complejo análisis dinámico, más complejo, aún a costa de perder algo de precisión en el análisis. Sin embargo, no se está modelizando las cargas como impactos, por lo que la pérdida de exactitud no se considera tan relevante como para cambiar de modelo de ensayo.

El propósito de dichas simulaciones es comparar el comportamiento de ambas alternativas frente a los casos de carga. Con ello se establecerá si ambas opciones soportan satisfactoriamente las cargas seleccionadas y, sobre todo, si la alternativa propuesta lo hace de manera similar a la original. Se compararán los desplazamientos totales en las piezas para determinar si las deformaciones producen distorsiones geométricas inaceptables. Se compararán también varios tipos de tensión para comparar el nivel de esfuerzo en cada componente, y en el caso del material compuesto, se usarán criterios específicos de fallo para evaluar la resistencia del material. Estos análisis conducen a la misión de evaluar si el desempeño de ambos tipos de componente es comparable y válido para su aplicación. De manera suplementaria, se hará un breve análisis modal, comentando las características de los modos de vibración de ambas configuraciones. Por último, es necesario comprobar que, efectivamente, se produce un ahorro de peso.

Una vez y analizados los resultados, se tiene la intención de efectuar una serie de reflexiones que sirvan como propuestas de mejora de la opción planteada para sustituir a la configuración original. Ellas podrían constituir un punto de partida para ulteriores iteraciones del proceso para optimizar los componentes mediante el uso de materiales compuestos.

## **1.2. Estructura de la memoria**

La presente memoria detalla el trabajo realizado para cumplir la finalidad planteada. A continuación, se enumeran las secciones de las que consta el documento de aquí en adelante, con una breve explicación del contenido de cada una de ellas.

### ***2. Descripción de las piezas analizadas***

Se realiza una descripción de las dimensiones, geometría y otros aspectos relevantes sobre las piezas sobre las que se realizarán las simulaciones.

### *3. Normativa aeronáutica*

Se investigan las solicitudes que las regulaciones gubernamentales pueden exigir a la pieza que se analiza.

### *4. Estado del arte*

Se realiza una somera revisión de las soluciones que se han dado hasta ahora en el ámbito de estudio de este proyecto.

### *5. Materiales y modelos fisicomatemáticos utilizados*

Se procede a definir los materiales elegidos, y los modelos teóricos a utilizar. Éstos, a su vez, se usarán para calcular los datos necesarios para seguir adelante con el análisis.

### *6. Análisis modal*

Se hace un resumen de los aspectos vibracionales básicos que se obtendrán del sistema.

### *7. Elementos finitos*

Se comentan los fundamentos del Método de Elementos Finitos, y el tipo de elementos finitos que utilizará ANSYS para modelar los sistemas.

### *8. Simulación del modelo PETg con ANSYS*

Se describe el uso del programa informático para el desarrollo de la simulación del modelo fabricado en PETg.

### *9. Simulación del modelo GFRP con ANSYS*

Se describe el uso del programa informático para el desarrollo de la simulación del modelo fabricado en GFRP.

### *10. Resultados*

Se presentan los resultados obtenidos, incluyendo las frecuencias y modos propios, los esfuerzos y desplazamientos, y costes de fabricación, y se discuten algunas características de la información obtenida de ellos.

### *11. Conclusiones*

Se realizan las reflexiones desinadas a evaluar si el objetivo se alcanzó, y en qué medida. También se hacen algunas aclaraciones adicionales, y se presentan propuestas de mejora para continuar el trabajo.

### *12. Referencias*

Se ofrecen referencias de las publicaciones revisadas para la ejecución de este proyecto.

## **2. DESCRIPCIÓN DE LAS PIEZAS ANALIZADAS**

EL conjunto que se va a analizar es parte de los paneles de cobertura del techo de una cabina de mando. Esta pertenece a un simulador que reproduce exactamente las características que tiene la original, perteneciente a un avión de transporte regional modelo ATR 72-500 <sup>[1]</sup>. Los datos referentes a las piezas analizadas fueron obtenidos por cortesía de SerTec, que dejó que utilizara información interna de documentos de sus proyectos.



***Figura 1. Avión ATR 72-500 <sup>[2]</sup>.***

En la Figura 2 se ofrece una fotografía del interior del simulador que reproduce todas las piezas de la cabina original del avión. Básicamente, todos los elementos en la cabina son idénticos, porque es importante que el aspecto, tacto y comportamiento de todas las piezas sean el mismo que en el original, para maximizar la eficacia de la simulación.

En el techo de la cabina puede observarse, en posición central, un amplio panel de control con múltiples testigos e interruptores. Por delante, en el espacio entre el panel de control y las ventanillas frontales hay un panel de cobertura que forma parte del conjunto que será analizado, y que será denominado “panel delantero”. Puede verse en mayor detalle en la fotografía de la Figura 3. El panel delantero tiene un espesor de entre 1,5 y 3 mm, dependiendo de la zona. En su geometría, aparte de un hueco rectangular y una hendidura en el frente, no se aprecian otras características complejas. Está sujeta a la estructura de la cabina por 6 herrajes, que están atornillados al panel en sendos taladros de 6 mm de diámetro.

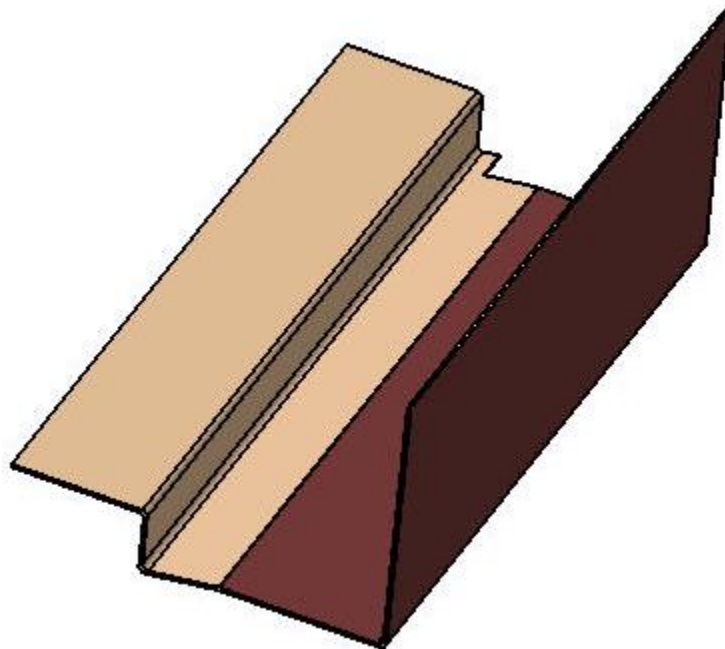


**Figura 2. Techo de simulador de cabina de avión ATR 72-500.**



**Figura 3. Panel delantero.**

Por otra parte, hay otro panel de cobertura que será denominado “panel trasero” que se encuentra ubicado justo detrás del panel de instrumentos del techo. Puede apreciarse en la parte superior de la fotografía en la Figura 2, pero para mayor detalle se ofrece un dibujo en la Figura 4.



**Figura 4. Panel trasero.**

El panel trasero tiene un espesor de 3 mm, y es de una geometría bastante simple: el panel sufre tres pliegues a aproximadamente 90°, y otro a un ángulo mucho más pequeño, pero por lo demás, es completamente plano. Tiene, además, 6 taladros cerca de los bordes, donde se atornilla directamente a la estructura principal de la cabina.

Flanqueando el panel superior de control se encuentran dos grandes paneles de cobertura que están por encima del puesto de piloto y copiloto, y son por ello denotados como “panel piloto” y “panel copiloto”, respectivamente. Su forma y disposición en relación con el panel central de instrumentos del techo son simétricas, por lo que estos dos paneles son imágenes especulares uno del otro. En las Figuras 5 y 6 pueden verse fotografías de “panel piloto” y “panel copiloto”, respectivamente.





***Figura 5. Panel piloto.***



***Figura 6. Panel copiloto.***

Como puede apreciarse en las fotografías, la geometría de partida es, en general, plana y con algunas curvas más bien suaves. Sin embargo, los paneles también dan alojamiento a una serie de accesorios y dispositivos de la cabina, e implican unas adiciones complejas en la geometría de la pieza. Dichas características se comentan a continuación, adoptando un punto de vista como el de un ocupante de la cabina, en relación con la forma en que se describe la geometría. Todos los objetos se encuentran en ambos paneles, por lo que están en pares dentro de la cabina.

Existe una oquedad de forma aproximadamente cilíndrica, donde se atornilla directamente con 4 pernos de diámetro igual a 6,75 mm una salida regulable de aire acondicionado, cuya masa, al menos en lo que concierne a su actuación sobre el panel, se estima en 0,2 kg.

Cerca de la anterior hay una concavidad más grande de forma cónica, en cuyo extremo, dentro del cono, tiene fijada mediante 3 tornillos de 3,2 mm de diámetro una lámpara orientable que funciona como luz de lectura, y del lado exterior al cono, otra parte con la aplicación eléctrica. Se ha estimado su masa en 0,5 kg.

Aproximadamente en el centro del panel hay una zona ligeramente hundida de forma rectangular, donde por medio de dos tornillos de 7,6 mm se fija una lámpara para luz ambiental de techo, provista de una tapa protectora. La masa de este conjunto se ha fijado en 0,15 kg.

A su lado se encuentra una rejilla sobre la que hay un altavoz. Éste no está fijado directamente al panel, sino a otra estructura no considerada, pero descansa sobre la zona de rejilla del panel. Dicho altavoz tiene una masa estimada de 1 kg.

Por último, en la zona más alejada del panel central de instrumentos en el techo se halla un receptáculo en forma de prisma que aloja la conexión de los auriculares, y su interruptor. Su masa estimada es de 0,25 kg.

Cerca del borde de los paneles que limita con la zona central de instrumentos del techo existe un pequeño hueco de forma rectangular para alojar un útil que evita que el parasol golpetee contra el panel.

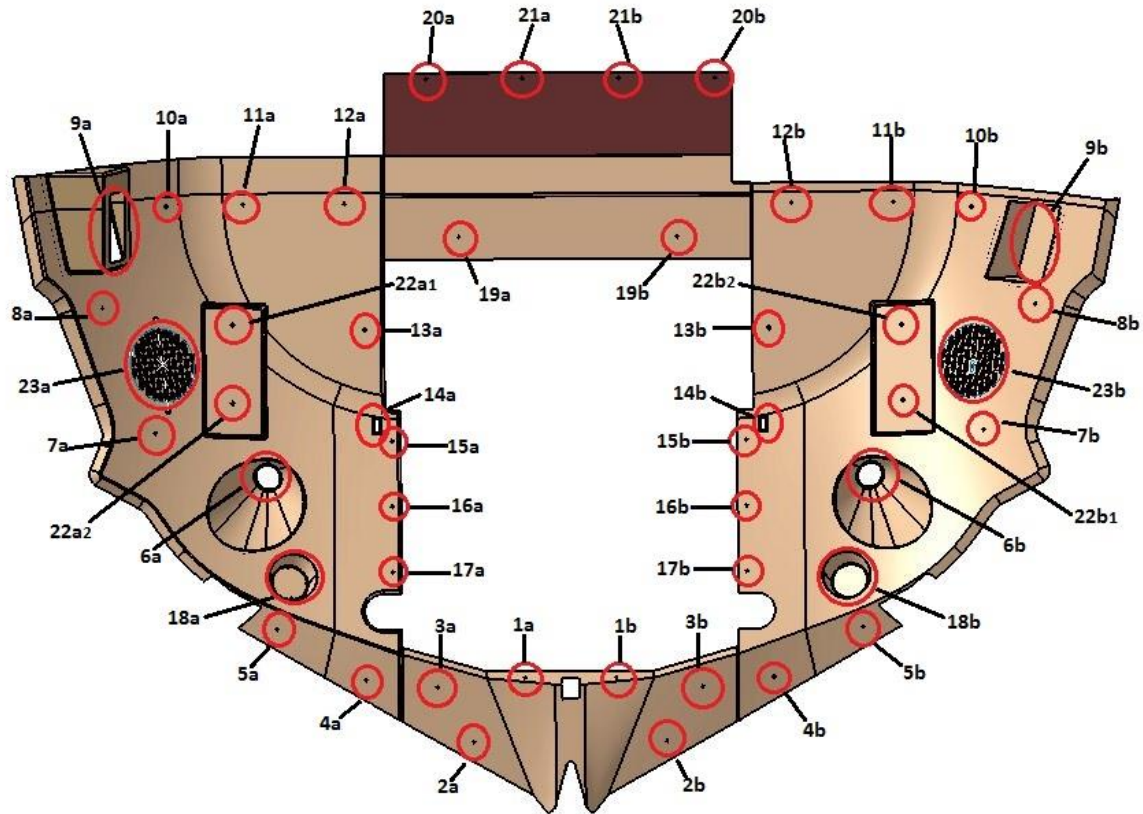
En la Figura 7 se ofrece una ilustración del conjunto de paneles estudiado. El dibujo representa la pieza vista desde arriba, mostrando su cara superior, que cuando va montada en la cabina, permanece oculta. Será esta la que se muestre en la mayoría de ilustraciones, dado que en ese lado se encuentran los anclajes a la estructura y otros componentes. La cara vista para los ocupantes de la cabina es la opuesta a la mencionada.

En el dibujo también se señalan en rojo y numeran una serie de ubicaciones que coinciden con lo que se considera que serán áreas comprometidas desde el punto de vista mecánico. La mayoría corresponden a taladros para atornillar herrajes que a su vez fijan el panel a la estructura de la cabina. Otros corresponden a la ubicación del anclaje de algunos accesorios de cabina:

- 6<sub>a</sub> y 6<sub>b</sub>: luz de lectura
- 9<sub>a</sub> y 9<sub>b</sub>: sistema de auriculares
- 6<sub>a</sub> y 6<sub>b</sub>: salida de aire

- 22a1, 22b1, 22a2 y 22b2: luz de techo
- 23a y 23b: altavoces

Estos componentes no aparecerán en el modelo, pero su acción inercial será simulada.



**Figura 7. Panel techo cabina. Principales áreas de interés.**

Dicha pieza será simulada de dos maneras:

- Fabricada en PETg, y simulada como cuerpo sólido;
- Fabricada en laminado GFRP, y simulada como cuerpo plano, placa.

A cada uno de esos dos modelos se le aplicarán los casos de carga derivados del análisis previo de la normativa.



### **3. NORMATIVA AERONÁUTICA**

El objeto de este estudio es una pieza que forma parte de la cabina de un avión de transporte comercial. Como tal, este componente estará sujeto a la normativa que rige el sector aéreo: específicamente, la normativa de aeronavegabilidad (*airworthiness*), puesto que ésta implica a las características que la aeronave debe cumplir para ser aprobada en el tráfico aéreo civil. Por consiguiente, las piezas que componen el avión estarán afectadas de una u otra forma por esta regulación.

Merece la pena ahondar en qué significa una certificación de aeronavegabilidad (*airworthiness*), entendiendo ésta como “la capacidad de un avión para estar listo para volar con seguridad en cualquier ambiente y circunstancias para las que ha sido diseñado y certificado por el fabricante” [3].

#### **3.1. Certificado de Tipo y de Aeronavegabilidad**

En primer lugar, un fabricante de aviones debe obtener un Certificado de Tipo para un nuevo modelo de aeronave antes de que ésta pueda entrar en operación. Éste es un documento expedido por una entidad reguladora, como EASA o FAA, y significa que la entidad reguladora determina que la aeronave ha sido fabricada de acuerdo con un tipo de diseño aprobado, y que este diseño está de acuerdo con los requisitos de aeronavegabilidad. Una vez emitido el certificado, se considera que el tipo de diseño reúne todos los requisitos, y el diseño no puede ser modificado. Para poder hacerlo, se necesitaría seguir el proceso para un documento especial, denominado “Certificado de Tipo Suplementario”.

El proceso seguido para obtener el Certificado de Tipo sigue varias etapas. La agencia EASA es la encargada de certificación de aviones en la Unión Europea (UE) y para algunos países no pertenecientes a la Unión, dando testimonio de que el tipo de avión cumple los requisitos de seguridad establecidos por la UE, y su proceso de certificación de tipo sigue los siguientes pasos, que se entiende serán extrapolables para el caso de otras entidades reguladoras [4]:

1. *Familiarización Técnica y Bases de Certificación*: El fabricante de la aeronave presenta el proyecto a EASA cuando se considera que se ha alcanzado un nivel suficiente de madurez. Se establecen el equipo de certificación de EASA y el conjunto de reglas que serán aplicables para la certificación de este tipo de avión específico.
2. *Establecimiento del Programa de Certificación*: EASA y el fabricante necesitan definir y acordar los medios para demostrar el cumplimiento del tipo de avión con cada requisito de las Bases de Certificación. Ello va de la mano con la identificación del “nivel de implicación” de EASA durante el proceso de certificación.
3. *Demostración de cumplimiento*: El fabricante debe mostrar el cumplimiento de su producto con requerimientos regulatorios: la estructura, los motores, sistemas de control, sistemas eléctricos y prestaciones de vuelo se analizan contra las Bases de Certificación. Esta demostración de cumplimiento se hace mediante análisis durante

pruebas en suelo (tales como los ensayos sobre la estructura para resistir impactos de aves, ensayos de fatiga y pruebas en simuladores) pero también por medio de pruebas en vuelo. Expertos de EASA llevarán a cabo un examen detallado de esta demostración de cumplimiento, por medio de revisiones de documentación en sus oficinas y asistiendo a algunas de estas demostraciones de cumplimiento (test presencial). Esta es la fase más larga del proceso de certificación de tipo. En el caso de grandes aeronaves, el período para completar la demostración de cumplimiento se fija en cinco años, y puede ser extendida si es necesario.

4. *Conclusión técnica y emisión de la aprobación:* Si encuentra satisfactoria la demostración de cumplimiento por parte del fabricante, EASA cierra la investigación y emite el certificado. EASA emite la certificación primaria para modelos de aviones europeos que también estén siendo validados en paralelo por autoridades foráneas para operación en sus espacios aéreos, p. ej., FAA para Estados Unidos o TCCA para Canadá. A la inversa, EASA valida la certificación de FAA para modelos de avión estadounidenses, o certificación de TCCA para modelos canadienses, de acuerdo con los acuerdos bilaterales de seguridad en aviación que sean aplicables con el país en cuestión.

Finalmente, un Certificado de Aeronavegabilidad es una autorización oficial por parte del organismo regulador, que permite al poseedor de una aeronave determinada su operación dentro de una categoría determinada, mientras siga respondiendo al tipo de diseño aprobado para el aparato; de lo contrario, perdería su certificado de tipo <sup>[5]</sup>. Por lo tanto, corresponde a quien registra un avión para su operación la solicitud de su Certificado de Aeronavegabilidad <sup>[6]</sup>.

### **3.2. Principales organismos reguladores**

A nivel mundial existen dos agencias reguladoras que históricamente han marcado la pauta en cuanto a normativa aeronáutica, por ser las que cubrieron las zonas pioneras en tráfico aéreo masivo. Actualmente, por su gran zona de influencia y por las agencias que colaboran directamente con ellas, se han convertido en las generadoras de los estándares básicos a nivel mundial, fusionándose a su vez entre ellas en gran medida y haciendo que converjan sus documentos. Por ello, son las normativas que son usadas como referencia por los fabricantes en el diseño de sus aeronaves, para aprobarlas y certificarlas de manera global. Dichas agencias son EASA, europea, y FAA, estadounidense.

#### **EASA**

La función principal de esta agencia es la unificación de los estándares comunes de aeronavegabilidad en los Estados miembros de la Unión Europea, y la protección medioambiental en la aviación civil. Ello puede desglosarse en sus misiones subsidiarias <sup>[7]</sup>:

- Asegurar el máximo nivel de seguridad para los habitantes de la Unión Europea.
- Asegurar el máximo nivel de protección del medio ambiente.
- Procesos individuales de certificación y regulación entre estados miembros.
- Facilitar el mercado interior de la aviación y crear condiciones de igualdad.
- Trabajar con otras organizaciones y reguladoras de aviación internacional.

Ello se traduce en sus principales tareas:

- Proyecto de desarrollo de normas en todos los ámbitos pertinentes a la misión de la EASA.
- Certificar y aprobar productos y organizaciones en campos donde la EASA tiene exclusiva competencia, como por ejemplo en aeronavegabilidad, de especial importancia en este estudio.
- Proporcionar apoyo y supervisión a los estados miembros para campos en los cuales la EASA tiene competencias compartidas.
- Promocionar el uso de estándares europeos e internacionales.
- Cooperar con participantes internacionales para conseguir el mayor nivel de seguridad para los habitantes de la Unión Europea - especialmente con la FAA y sus homólogas en Canadá, Israel y Rusia.
- Crear un programa de inspecciones, formación y programas de estandarización para asegurar la implementación uniforme de la legislación.

La normativa de EASA que se aplica a aviones en general para su certificación es la que se clasifica en *Initial Airworthiness Directives*, y es denominada "*Certification Specifications and Acceptable Means of Compliance for Large Aeroplanes CS-25*" <sup>[8]</sup>, proviniendo la primera edición de la resolución "*Commission Regulation (EU) No 748/2012*" del 03/08/2012 <sup>[9]</sup>. Por lo tanto, nuestro caso estará regulado por estas directivas.

## FAA

Es una autoridad nacional con poderes para regular todos los aspectos de la aviación civil en Estados Unidos. Ello incluye: construcción y operación de aeropuertos, gestión de tráfico aéreo, certificación de personal y aeronaves, y protección de activos estadounidenses durante el lanzamiento o reingreso de vehículos espaciales comerciales.

Las funciones de la FAA incluyen:

- Regulación del transporte espacial comercial estadounidense.
- Reglamentación de las normas geométricas y de inspección en vuelo de las instalaciones de navegación aérea.
- Fomento y desarrollo de la aeronáutica civil, incluida la nueva tecnología aeronáutica.
- Emisión, suspensión o revocación de certificados de piloto.

- Regulación de la aviación civil para promover la seguridad, especialmente a través de oficinas locales llamadas *Flight Standards District Offices*.
- Desarrollar y operar un sistema de control y navegación del tráfico aéreo tanto para aviones civiles como militares. Investigación y desarrollo del Sistema Nacional de Espacio Aéreo y Aeronáutica Civil.
- Elaboración y ejecución de programas de control del ruido de los aviones y otros efectos ambientales de la aviación civil.

La reglamentación de la FAA para la aeronavegabilidad de aviones se identifica con la denominación "*14 CFR Part XX*" <sup>[10]</sup>. Dentro de ella, existen dos categorías básicas para aeronaves de ala fija: la Parte 23 y la Parte 25. La diferencia básica estriba en el valor de la Masa Máxima al Despegue (MTOW por sus siglas en inglés), que tiene para la Parte 23 un máximo de 12500 libras, equivalente a 5667 kg. Por encima de ese valor, el vehículo pasa a estar bajo la influencia de la Parte 25 <sup>[11]</sup>. El avión del cual procede la pieza objeto de estudio es un ATR 72-500, cuyo fabricante declara un valor básico de MTOW = 22000 kg <sup>[12]</sup>, por lo que el ámbito de regulación será el de la Parte 25.

### **3.3. Valores de normativa aeronáutica**

Se realizó una revisión de ambas normativas con la intención de encontrar especificaciones de cargas mecánicas que afecten a la pieza en cuestión - que, se recuerda, es un panel interior de la cabina del aparato, y como tal, una pieza no estructural. En primer lugar, se encontró que las normativas de certificación de la EASA <sup>[13]</sup> y de la FAA <sup>[14]</sup> están coordinadas hasta el punto de estar fusionadas, y ser coincidentes sus artículos, al menos en las partes analizadas, es decir, en lo relativo a aeronaves de transporte del tipo del ATR 72-500 <sup>[15]</sup>. Ello facilitará la búsqueda y análisis en estas reglamentaciones, y su mención en el presente documento, ya que al especificar el artículo se hace mención a ambas regulaciones.

En cuanto a cargas mecánicas, se encontró que el artículo que especifica las cargas más exigentes que el avión en conjunto debía superar es el 25.561, que describe condiciones generales para el caso de aterrizaje de emergencia. Se exige que tanto la estructura del avión como sus equipamientos internos proporcionen a los ocupantes del vehículo una oportunidad razonable de librarse de lesiones graves en el evento de un aterrizaje con un choque menor, suponiendo que éstos utilizan correctamente los sistemas de seguridad disponibles. También es necesario que cualquier sistema o estructura no se deforme, rompa o desprenda de tal manera que cause heridas de forma directa a los ocupantes, impida su rápida evacuación o produzca daños en sistemas susceptibles de incendio o explosión.

Las exigencias prescritas en el artículo están expresadas en forma de fuerzas de inercia, por lo que debe someterse a la pieza a diversos casos separados de aceleraciones, cuyos valores, direcciones y sentidos son como sigue (entendiendo "g" como el valor medio de la aceleración gravitatoria terrestre: 9,8066 m/s<sup>2</sup>):

- hacia arriba: 3,0 g
- hacia delante: 9,0 g

- hacia un lado: 4,0 g
- hacia abajo: 6,0 g
- hacia atrás: 1,5 g

### 3.4. Cargas del simulador

La pieza original estaba instalada en un simulador de la cabina del ATR 72-500, por lo que también se le aplicará el criterio de soportar de igual manera las aceleraciones de cabina para las que se homologó dicho simulador, según las directivas del fabricante de los actuadores hidráulicos, Rexroth Bosch Group. Dichas cargas se agrupaban en casos con una sola aceleración, y un caso con múltiples aceleraciones simultáneas <sup>[16]</sup>:

- Aceleraciones no simultáneas
  - *Surge* (traslación en X): 3 g
  - *Sway* (traslación en Y): 3 g
  - *Heave* (traslación en Z): 3 g
  - *Roll* (rotación sobre X):  $300^\circ/\text{s}^2$
  - *Pitch* (rotación sobre Y):  $300^\circ/\text{s}^2$
  - *Yaw* (rotación sobre Z):  $300^\circ/\text{s}^2$
- Aceleraciones simultáneas
  - *Surge* (traslación en X):  $6 \text{ m/s}^2$
  - *Sway* (traslación en Y):  $6 \text{ m/s}^2$
  - *Heave* (traslación en Z):  $8 \text{ m/s}^2$
  - *Roll* (rotación sobre X):  $60^\circ/\text{s}^2$
  - *Pitch* (rotación sobre Y):  $60^\circ/\text{s}^2$
  - *Yaw* (rotación sobre Z):  $60^\circ/\text{s}^2$

### 3.5. Conclusión

Sintetizando los requisitos recogidos de todas las normas, obtendremos la combinación de todos ellos para acabar con un conjunto de ensayos en el que prime el mayor valor requerido de entre los ofrecidos por las diferentes normativas. A continuación, se detallan los ensayos que se realizarán, con los valores elegidos y la normativa de la cual se extraen. En el ensayo de aceleraciones simultáneas se respetan todos los valores de la norma del simulador.

- 1. Aceleración en X (hacia delante):  $9 g$  (EASA/FAA 25.561)
- 2. Aceleración en X (hacia atrás):  $3 g$  (Rexroth Bosch)
- 3. Aceleración en Y (hacia un lado):  $4 g$  (EASA/FAA 25.561)
- 4. Aceleración en Z (hacia arriba):  $3 g$  (EASA/FAA 25.561)
- 5. Aceleración en Z (hacia abajo):  $6 g$  (EASA/FAA 25.561)
- 6. Aceleración rotacional sobre X:  $300 \frac{^\circ}{s^2}$  (Rexroth Bosch)
- 7. Aceleración rotacional sobre Y:  $300 \frac{^\circ}{s^2}$  (Rexroth Bosch)
- 8. Aceleración rotacional sobre Z:  $300 \frac{^\circ}{s^2}$  (Rexroth Bosch)
- 9. Aceleraciones simultáneas (todas positivas):
  - Aceleración en X:  $a_{x_{sim}} = 6 \frac{m}{s^2}$  (Rexroth Bosch)
  - Aceleración en Y:  $a_{y_{sim}} = 6 \frac{m}{s^2}$  (Rexroth Bosch)
  - Aceleración en Z:  $a_{z_{sim}} = 8 \frac{m}{s^2}$  (Rexroth Bosch)
  - Aceleración rotacional sobre X:  $60 \frac{^\circ}{s^2}$  (Rexroth Bosch)
  - Aceleración rotacional sobre Y:  $60 \frac{^\circ}{s^2}$  (Rexroth Bosch)
  - Aceleración rotacional sobre Z:  $60 \frac{^\circ}{s^2}$  (Rexroth Bosch)

### **3.6. Normativa contra incendios**

Tanto en la normativa EASA como en la FAA hay requisitos respecto de la resistencia al fuego. No son objeto de estudio en este proyecto, pero se mencionan debido a que los materiales de los que se compondrán las alternativas propuestas deberán cumplirlos. Los requisitos que deben cumplir las piezas, y los ensayos con los que se validan, se encuentran en el artículo 25.853 y en sus extensiones, las partes I, II, IV y V del Apéndice F (tanto para la norma FAA como para la EASA).

El artículo 25.853 expone una serie de condiciones que deben aplicarse para cada compartimento ocupado por tripulación o pasajeros:

- Los materiales (incluyendo acabados o superficies decorativas aplicadas a ellos) deben cumplir los criterios aplicables de las pruebas prescritas en la Parte I del Apéndice F u otros métodos equivalentes aprobados, sin tener en cuenta la capacidad de pasajeros del avión.
- Además de cumplir los requisitos del apartado anterior, los cojines de asiento, excepto aquellos en asientos de la tripulación deben cumplir los requisitos de las pruebas de la Parte II del Apéndice F, u otros métodos equivalentes, sin tener en cuenta la capacidad de pasajeros del avión.
- Excepto por lo provisto en el siguiente apartado, los siguientes componentes de aviones con capacidad para 20 o más pasajeros también deben cumplir los requisitos de las Partes IV y V del apéndice F, u otro método equivalente, además de los requisitos de inflamabilidad descritos en el primer apartado:
  - paneles interiores de techo o pared, que no sean lentes de iluminación ni ventanas;
  - particiones, aparte de paneles transparentes, necesarias para mejorar la seguridad de la cabina;
  - estructuras de la cocina, incluyendo superficies expuestas en carritos almacenados y las paredes de las cavidades que queden expuestas cuando dichos carritos o contenedores sean extraídos;
  - armarios y compartimentos de almacenamiento de cabina de tamaño grande, aparte de compartimentos bajo asiento para almacenar objetos pequeños tales como revistas o mapas;
  - los interiores de compartimentos, tales como compartimentos del piloto, cocina, baños, zonas de descanso de la tripulación, armarios y compartimentos de almacenaje no necesitan cumplir los estándares del apartado anterior, siempre y cuando los interiores de dichos compartimentos estén aislados de la cabina de pasajeros principal por medio de puertas o un medio equivalente que normalmente estaría cerrado durante condiciones de aterrizaje de emergencia;
  - no está permitido fumar en los baños. Si se permite fumar en algún área ocupada por la tripulación o los pasajeros, se deberá proveer de un número adecuado de ceniceros independientes y extraíbles para todos los ocupantes sentados en zonas de fumadores designadas;
  - sin tener en cuenta si se permite fumar en alguna otra parte del avión, los baños deberán tener ceniceros independientes y extraíbles dentro y fuera de cada baño. Un cenicero ubicado fuera de la puerta de un baño puede servir para más de una puerta de baño si el cenicero puede ser visto fácilmente desde el lado de la cabina de cada puerta de baño;
  - cada receptáculo usado para el desecho de desperdicios inflamables debe estar completamente contenido, construido con materiales que sean, al menos, resistentes al fuego, y debe contener incendios que tengan probabilidad de producirse en él bajo uso normal. La capacidad del receptáculo de contener esos incendios bajo todas las condiciones probables de desgaste, desalineación y ventilación que puedan esperarse en servicio deben ser demostradas con ensayos.

El Apéndice F contiene varias Partes, de las cuales son de interés especial en el presente caso la Parte I y la IV.

La Parte I, titulada “Criterios y Procedimientos de Ensayo para Mostrar Cumplimiento de CS 25.853, 25.855 o 25.869”, muestra el criterio para los materiales a ensayar en su apartado (a), siendo su sección 1 (i) la que se aplica al presente caso. Dicha sección indica que una serie de piezas, tales como paneles interiores de techo o pared, particiones, estructuras de cocina, paredes de armarios grandes, suelo estructural y materiales usados en la construcción de compartimentos de almacenaje (aparte de compartimentos bajo asiento para almacenar objetos pequeños tales como revistas o mapas) deben ser autoextinguibles al ser ensayadas verticalmente de acuerdo con las porciones aplicables de la Parte I del apéndice F. La longitud quemada promedio no debe exceder 15 cm y el tiempo medio de llama después de la retirada de la fuente de la llama no debe exceder 15 segundos. Los goteos del espécimen ensayado no deben continuar produciendo llama durante un tiempo medio superior a 3 segundos después de su caída.

El apartado (b) de la Parte I especifica las condiciones ambientales (temperatura y humedad relativa) en que se debe llevar a cabo cualquiera de los ensayos. También detalla la configuración que deben tener los especímenes que serán utilizados en los ensayos, las características del receptáculo donde se lleve a cabo la prueba, y precisa la definición longitud quemada. Por último, explica cómo deben realizarse los siguientes ensayos:

- Test vertical;
- Test horizontal;
- Test a 45°;
- Test a 60°.

La última sección del Apéndice F que es de interés directo para el caso presente es la Parte IV, titulada “Método del Ensayo para Determinar la Tase de Liberación de Calor de Materiales de Cabina Expuestos a Calor Radiante”. En ella se detallan todos los datos necesarios para llevar a cabo un ensayo en el que el espécimen es introducido en una cámara ambiental a través de la cual pasa un flujo constante de aire. Se inicia la combustión mediante una ignición controlada, y se monitorizan los productos de la combustión que abandonan la cámara para calcular la tasa de liberación de calor.

### **3.7. Normas y acuerdos medioambientales**

Es interesante señalar que una gran motivación para reducir el peso de las aeronaves viene por la disminución de emisiones contaminantes de los motores, que vendría dada por el menor consumo de éstos si tienen una menor masa que desplazar.

A este respecto pueden señalarse iniciativas de nivel internacional. Por ejemplo, la creación de un comité europeo, el denominado “*Advisory Council for Aeronautics Research in Europe*” (ACARE) <sup>[17]</sup> <sup>[18]</sup>, para desarrollar una agenda estratégica de investigación (“SRA”, por sus siglas en inglés) con el objetivo de ayudar a alcanzar las metas previstas en el proyecto “*Horizon 2020*” <sup>[19]</sup>, que estratégicamente incluyen mejorar la competitividad europea en



ciencia y tecnología, e “investigar en las grandes cuestiones que afectan a los ciudadanos europeos”. Esto último, incluiría la lucha contra la contaminación y el cambio climático, que afecta al ámbito que se trata en esta discusión por el lado de las emisiones de los motores de aviación.

Más en particular, las iniciativas destinadas a reducir la contaminación y la emisión de gases de efecto invernadero se recoge en el programa “*Clean Sky*”<sup>[20]</sup> de la Unión Europea.

Puede verse, por lo tanto, que la reducción de gases contaminantes y de efecto invernadero es un tema sensible en la industria aeronáutica, y un objetivo claro.

## **4. ESTADO DEL ARTE**

En general, los materiales para ingeniería pueden ser clasificados en las categorías: metálicos, poliméricos, cerámicos y vidrios, y compuestos. Típicamente, las primeras tres categorías tienen materiales que exhiben valores altos de algunas propiedades, y valores bajos de otras. De ahí la exploración de los materiales compuestos. Un material compuesto puede ser definido como un sistema material que consiste en una mezcla o combinación de dos o más microconstituyentes mutuamente insolubles que difieren en forma y/o composición, de manera que el material es heterogéneo. La meta perseguida al desarrollar materiales compuestos es conseguir un material nuevo que mejore las propiedades de los que se usan como constituyentes.

La industria aeronáutica ha estado tradicionalmente a la cabeza en investigación de nuevos materiales, y ha llevado a cabo muchos avances en materiales compuestos: la capacidad de conseguir con ellos grandes mejoras en cualidades, como la resistencia y rigidez específicas y buen comportamiento a fatiga y corrosión, ha provocado que la utilización de los materiales compuestos sea cada vez más extendida en las aeronaves <sup>[21]</sup>. Los componentes más típicamente fabricados con compuestos son los de las superficies exteriores y los estructurales, pero cada vez más se recurre a ellos para revestimientos interiores y componentes de cabina.

Típicamente, un material compuesto consiste en una fase continua (material o materiales matriz) y una fase discontinua (material o materiales de refuerzo). El refuerzo suele ser el que aporta la resistencia mecánica y transfiere las cargas, mientras que la matriz mantiene los refuerzos unidos y en posición, a la vez que los protege de la acción del ambiente. Tanto como las matrices como los refuerzos pueden ser materiales de cualquiera de las categorías antes mencionadas (metálicos, poliméricos o cerámicos). Además, los refuerzos pueden ser en forma de partículas de diversas formas, o de fibras, que pueden ser cortas o largas, y pueden estar dispuestas de manera aleatoria, alineadas o tejidas siguiendo un patrón. Sin embargo, para las aplicaciones que interesan en este trabajo, la inmensa mayoría de las variantes desarrolladas y en uso corresponden a polímeros reforzados con fibras (en adelante, “FRP”, de “*fiber-reinforced polymer*”), por lo que ese tipo de materiales centrará la atención. En los FRP la matriz es un polímero y la fibra puede ser de cualquier tipo. Ambas pueden ser combinadas de varias maneras, y procesadas con numerosos métodos de formado y consolidación. La elección de la técnica más adecuada depende del material de la resina que hace de matriz, de la forma y tamaño de la pieza, y las propiedades requeridas para la aplicación. A continuación se resumen las técnicas más utilizadas en el ámbito aeronáutico.

### **4.1. Resinas utilizadas en materiales compuestos**

Las resinas utilizadas como matrices poliméricas en materiales compuestos suelen dividirse en dos grandes grupos, dependiendo de su comportamiento relativo a los cambios de temperatura.

#### **4.1.1. Termoplásticos**

El primer gran grupo son los termoplásticos, compuestos por grandes cadenas poliméricas asociadas entre ellas por fuerzas intermoleculares, que se debilitan notablemente con el aumento de temperatura, dando como resultado un fluido viscoso. Al bajar la temperatura, las uniones entre cadenas vuelven a reforzarse, retornando el material a un estado sólido. Como consecuencia, los termoplásticos pueden ser conformados mediante calor, dándoles la forma cuando están calientes y fluyen, y enfriándolos para que conserven dicha forma.

La estructura sólida de un termoplástico puede ser cristalina o amorfa en mayor o menor proporción <sup>[22]</sup>. A partir de una temperatura llamada “de transición vítrea” ( $T_g$ ), adquieren cualidades viscosas o gomosas. La temperatura de fusión es mayor que la de transición vítrea, por lo que este estado se produce, conforme se va calentando, previo a la fusión del material. La mayoría de los termoplásticos son usados por debajo de  $T_g$ , y suelen ser sólidos vítreos, pero algunos se usan por encima, y son elastómeros.

La capacidad de los termoplásticos de ser reformados permite ciertas opciones a la hora de procesarlos para fabricar componentes; por ejemplo, una barra conformada por pultrusión podría ser calentada para darle una curvatura. Esta manera de proceder no sería posible con termoestables. También abre la posibilidad de reciclar el material al final de la vida útil del componente. Además, varias resinas termoplásticas exhiben mayor resistencia al impacto que las termoestables.

El trabajo con resinas termoplásticas para fabricar materiales compuestos presenta la dificultad de que la resina, a temperatura ambiente, es sólida, por lo que impregnar el refuerzo requiere calentar la resina hasta fundirla, aplicar presión para impregnar correctamente las partículas o fibras, y posteriormente enfriar manteniendo la presión. Esta una manera de fabricar materiales compuestos es muy diferente a la que se usa cuando se trabaja con termoestables, y necesita equipamiento específico.

Los principales tipos de resinas termoplásticas son <sup>[23]</sup> <sup>[24]</sup> <sup>[25]</sup>:

- Poliamida (Nylon): tiene un alto componente cristalino, que le da alta resistencia, pero alta viscosidad, que dificulta el impregnado de fibras;
- Polietileno (PE): es ligero, muy dúctil y tiene alta resistencia al impacto y baja fricción, pero pierde propiedades bajo radiación UV;
- Polipropileno (PP): es muy ligero, con buena resistencia mecánica y química, aunque se degrada en presencia de rayos UV;
- Poliariletercetonas (PAEK), entre las cuales se encuentran las Polieteretercetonas (PEEK), polietercetonas (PEK), polieteretercetonaacetona (PEEKK): tiene muy buenas propiedades mecánicas, que retienen hasta a altas temperaturas. Son relativamente recientes, y su coste es elevado;
- Policarbonato (PC): muy buenas propiedades mecánicas, puede ser transparente. Es fácil de moldear;

- Es fácil de moldear y procesar, y barato, pudiéndose considerar una alternativa más económica a los policarbonatos, aunque a costa de disminución de propiedades mecánicas;
- Acrilonitrilo butadieno estireno (ABS): tiene buena tenacidad y resistencia a impacto incluso a bajas temperaturas, siendo a la vez bastante rígido. Tiene propiedades eléctricas muy estables frente a temperatura y humedad. Es fácil de mecanizar;
- Poliestireno (PS): no destaca por sus propiedades mecánicas, pero sí es un gran aislante térmico y eléctrico, es fácil de procesar y tiene un coste bajo;
- Policloruro de vinilo (PVC): tiene buenas propiedades mecánicas, es buen aislante eléctrico y muy resistente químicamente, y tiene un coste relativamente bajo.

Existen otros tipos de resinas más exóticas, que serán ignoradas en aras de la brevedad.

#### **4.1.2. Termoestables**

Las resinas termoestables suelen tener estructuras reticuladas (esto es, con uniones químicas entre las cadenas poliméricas) en tres dimensiones, más cercanas a estructuras cristalinas que simplemente cadenas entrelazadas, como suele ser el caso en materiales termoplásticos. A ello se debe que los termoestables tengan, en general, mejores propiedades mecánicas, y las conserven hasta temperaturas más altas que los termoplásticos. Se considera que, a mayor densidad de reticulación y mayor contenido aromático (la presencia de grupos cíclicos con electrones deslocalizados: p. ej., grupos benceno o fenol), mayor resistencia a la degradación térmica y menor reactividad química, así como mayor resistencia mecánica y dureza, aunque a costa de también mayor fragilidad.

Antes de ser procesadas para formar materiales compuestos, las resinas termoestables se presentan como líquidos a temperatura ambiente, lo que presenta ventajas en cuanto al manejo durante el proceso, y sobre todo en lo relativo a la impregnación del refuerzo del material compuesto. Tras ella, la resina será solidificada mediante reacciones químicas (habitualmente conocidas como “curado”) provocadas por la aplicación de calor o algún tipo de radiación, o mediante la mezcla con un agente catalizador <sup>[26]</sup>. Tras dicha reacción química, el estado sólido es irreversible, y no puede ser reformado: si la resina se somete a temperaturas lo suficientemente altas, se degrada, lo que dificulta su reciclaje, a diferencia de los termoplásticos, en los que esto es más factible, al poder fundirse, y así darles nueva forma o recolectarlos para nuevo uso. Asimismo, frecuentemente los termoestables deben ser almacenados de manera que no se produzca su curado hasta el momento en que se use – típicamente, deben ser refrigerados.

Los principales tipos de resinas termoestables son <sup>[22] [23] [24] [26]</sup>:

- Poliéster: Muy versátil, ya que permite gran variedad de procesados para diversos usos. Tienen buenas propiedades mecánicas, y mejor resistencia química, con un coste reducido;
- Viniléster: Son más fuertes que los poliésteres, y tienen mejor resistencia al impacto que las epoxis. Tienen una gran resistencia al calor y a las agresiones químicas;

- Poliuretano: Pueden ser elastoméricas o rígidas, dependiendo de factores en su composición. La luz, y especialmente la radiación UV, pueden tener algunos efectos en el material (especialmente, descoloración);
- Fenol-formaldehído: Tienen alta resistencia de adhesión, estabilidad dimensional, y resistencia a la fluencia a alta temperatura, y frecuentemente se combinan con epoxis. Son más frágiles que éstas, pero tienen gran valor por sus cualidades contra incendios, humo y toxicidad (“FST”, de “*Fire, Smoke and Toxicity*”);
- Epoxi: En general, se los considera grandes adhesivos, con muy buena resistencia química y al calor, unas destacadas propiedades mecánicas y buenas cualidades como aislante eléctrico;
- Polisiloxanos (siliconas): Tienen muy alta resistencia química y térmica, son muy elásticas y tienen buenas propiedades aislantes, tanto térmicas como eléctricas.

En el caso de resinas termoestables, especialmente en el caso de las de tipo epoxi y poliéster, existen las llamadas resinas de etapa B (*B-stage resin*). En dichas resinas no se mezclan componentes antes de la aplicación, sino que es uno solo, que incorpora un agente de curado de baja reactividad, por lo que su reacción con el polímero propiamente dicho no es completa. Por ello, el producto queda en un estado parcial de curado (también denominado “pre-secado”) tras ser aplicado. Más tarde podrá ser curado por completo mediante la aplicación de calor.

La principal ventaja de las resinas de etapa B es la flexibilidad que permiten a la hora de fabricar un componente; permite aplicarla en un momento y lugar, y llevar a cabo el curado final en otro momento y fase del proceso productivo del componente, en lugar de tener que curar inmediatamente tras la aplicación.

#### **4.2. Fibras utilizadas en materiales compuestos**

Las fibras son el tipo de refuerzo más usado en fabricación aeronáutica, y pueden presentarse en diversas configuraciones. Pueden ser fibras cortas (“*whiskers*”), que pueden estar dispuestas de manera aleatoria o alineada; también pueden ser fibras largas, que pueden estar desordenadas, o bien alineadas o tejidas según un determinado patrón. Las fibras alineadas o tejidas son las que se usan para hacer laminados.

Los tipos de fibras más relevantes en la industria aeronáutica son [22] [27] [28] [29]:

##### *Fibra de vidrio*

Es la fibra más utilizada, por su buena resistencia mecánica y su bajo coste. Existen varios tipos, pero los más utilizados son los tipos E y S, esta última de mayor resistencia, pero más cara. Tiene una alta resistencia a la corrosión, y es buena aislante eléctrica. Su rigidez no es muy alta, y tampoco lo es su resistencia a la fatiga.

#### *Fibra de carbono*

Son fibras de muy alta resistencia y rigidez, y baja densidad. Tienen gran resistencia a la fatiga y a la compresión, y una elevada estabilidad dimensional frente a temperatura, pero por su fragilidad su resistencia al impacto no es buena. Son fibras caras, pero como sus excelentes propiedades compensan su precio, son muy utilizadas.

#### *Fibra de aramida*

Las fibras de aramida tienen muy baja densidad, y alta resistencia, con una rigidez media. Tienen gran tenacidad, que les otorga una alta resistencia al impacto. En cambio, su resistencia a la compresión es muy baja, tienen comportamiento higroscópico y se degradan en presencia de radiación ultravioleta. Son fibras de alto coste.

#### *Fibra de basalto*

Tienen una densidad bastante elevada, parecida a la de la fibra de vidrio, pero mejora las propiedades mecánicas de ésta, a un precio significativamente inferior al de la fibra de carbono. Tiene gran resistencia al calor y al fuego.

#### *Fibra de boro*

Tiene una alta resistencia y rigidez, pero tienen un coste muy alto y no son fáciles de formar en piezas complejas.

#### *Fibras de carburo de silicio*

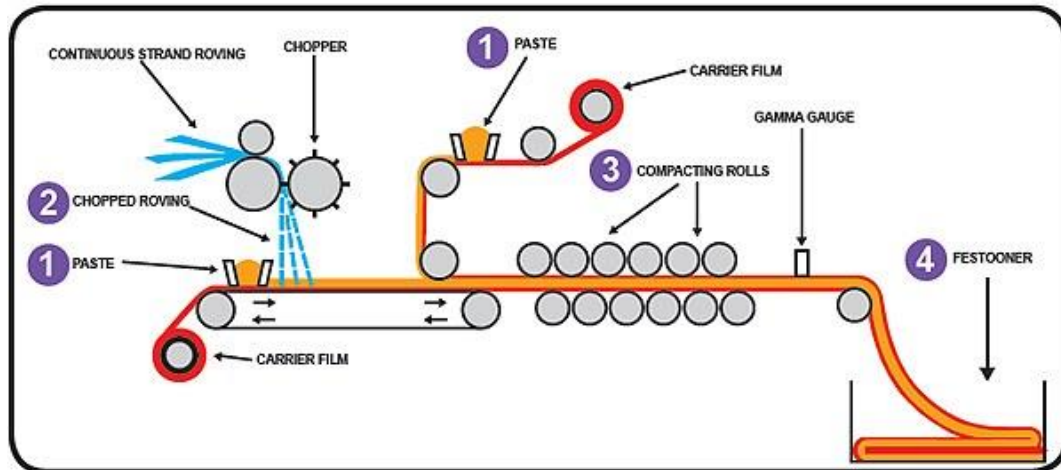
Son fibras caras, con alta resistencia y rigidez, y especial estabilidad a altas temperaturas.

### **4.3. Fabricación y conformado de materiales compuestos**

A continuación, se comentan los principales métodos utilizados en la industria aeronáutica para la fabricación y conformado de materiales compuestos a partir de sus materiales constituyentes [22] [23] [27] [30] [31] [32] [33].

#### **4.3.1. Sheet Moulding Compound (SMC)**

Adecuado para piezas grandes que tengan forma de lámina, a volúmenes medios de producción, y propiedades mecánicas moderadas. Se pueden utilizar fibras continuas o fibras cortas, que en cualquier caso son distribuidas de manera aleatoria sobre una capa de resina con aditivos, que descansa sobre una película de nylon o polietileno. A continuación, se sitúa encima otra capa de resina como la anterior, también sobre un sustrato de PE o nylon, de manera que tengan una capa de resina a cada lado de la capa de fibras cortas. El conjunto es pasado por una serie de rodillos para compactarlo, y resulta una lámina que puede ser enrollada para almacenarla, pero mantiene una viscosidad suficiente como para darle forma cuando se aplique.



**Figura 8. Sheet Moulding Compound [34].**

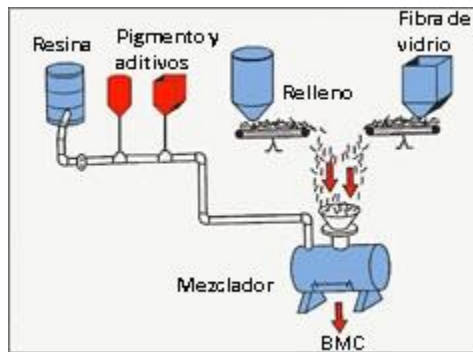
Una vez obtenidas las láminas, se dejan unos días en “maduración”, donde su viscosidad aumenta. Luego, tras quitar la lámina protectora, se depositan en el molde y éste se cierra. A partir de aquí se puede incrementar la presión y la temperatura del molde de forma controlada, y en cuestión de unos minutos, se produce el curado. Posteriormente, se extrae del molde, y está lista para su uso, o para operaciones de acabado.

Las resinas utilizadas son termoplásticas como las de poliéster o viniléster. El porcentaje de refuerzo suele ser relativamente bajo, pero en función de la configuración de fibras usada, suelen distinguirse tres tipos básicos de SMC:

- SMC-R, con fibras cortas orientadas aleatoriamente, con el porcentaje en peso de fibra escrito después de las siglas (p.ej., SMC-R25 tiene 25% en peso de fibras cortas);
- SMC-CR, con fibras continuas unidireccionales (C) además de las fibras cortas aleatorias (R), con la proporción escrita después de las siglas (p.ej., SMC-C30R20 tiene 30% en peso de fibras continuas unidireccionales, y 20% en peso de fibras cortas aleatorias);
- XMC, que mezcla fibras cortas aleatorias con fibras continuas en patrón de X (éstas en ángulo típicamente entre 5° y 7°).

#### **4.3.2. Bulk Moulding Compound (BMC)**

Es un material premezclado que incluye resina, refuerzo, relleno y otros aditivos, en una forma de masa sin estructura definida. Las resinas suelen ser termoestables, como la de poliéster. El refuerzo está típicamente compuesto por fibras cortas de entre 6 y 12 mm, que suponen entre un 10% y 20% en peso del material compuesto. El relleno más usado suele ser carbonato de calcio. El énfasis, y la diferencia con los SMC, es la menor presencia de refuerzo, en favor de aditivos y rellenos, lo que disminuye las propiedades mecánicas, pero también los costes.



**Figura 9. Bulk Moulding Compound [35].**

Primero se mezclan los componentes líquidos, incluyendo la resina, y en otra etapa, se mezclan con los refuerzos y rellenos. Resulta un material con consistencia de masa, que es extruido en barras y envuelto en láminas plásticas o de aluminio para su almacenamiento y transporte. Posteriormente, el material se aplica en un molde que ejerce presión y temperatura de una manera similar a los SMC, pero ofrece una mayor rapidez.

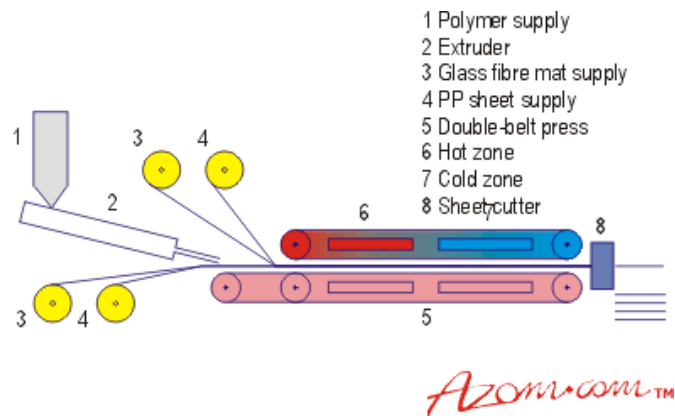
Los BMC suelen ser usados en moldeo por compresión, pero además pueden ser usados en moldeo por inyección y por transferencia. Son convenientes si se necesita una fabricación rápida, en grandes volúmenes, con costes reducidos y sin énfasis en las propiedades mecánicas. Son adecuados si se necesita alta estabilidad dimensional, y geometrías con gran detalle.

#### **4.3.3. Glass Mat-reinforced Thermoplastic (GMT)**

Nombre genérico de un grupo de compuestos basados en termoplásticos para moldeo por compresión. Los diferentes tipos se distinguen fundamentalmente por la estructura del refuerzo de fibra de vidrio. La resina usada en casi todos los casos es el termoplástico polipropileno. Suele proveerse en forma de grandes láminas, con unas propiedades mecánicas semejantes a las de los SMC/BMC. El tiempo de procesamiento es corto, lo que permite altos volúmenes de producción.

Un extruido de polipropileno se sitúa entre dos láminas de fieltro de fibras cortas de vidrio, y cubriendo ambas caras de esta estructura se hallan dos láminas protectoras, también de polipropileno. El conjunto es transportado por una prensa de doble cinta, donde se completa la impregnación bajo presión y temperatura elevada, y después se enfría, antes de ser cortada. Posteriormente, a la hora de fabricar con el material, las láminas se calientan por encima de su temperatura de fusión, y se depositan en el molde, donde se les aplica una alta presión, y se las deja enfriar.

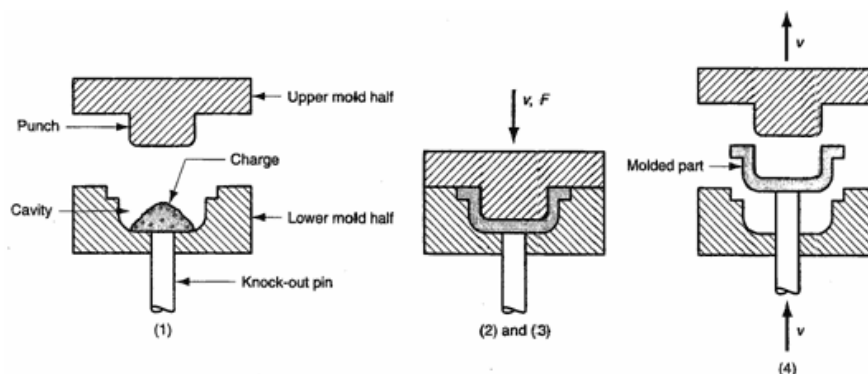




**Figura 10. Glass Mat-reinforced Thermoplastic [36].**

#### 4.3.4. Moldeo por compresión (Compression moulding)

Se utiliza un material de fibras ya impregnadas – comúnmente, *Sheet Moulding Compounds* (SMC) y *Bulk Moulding Compounds* (BMC) – que será situado entre dos moldes, y presionado entre ellos, con la posible aportación de calor por parte de los moldes. Suele ser utilizado en industrias que necesiten un gran volumen de producción: por ejemplo, la fabricación de paneles de carrocería en la industria automovilística.



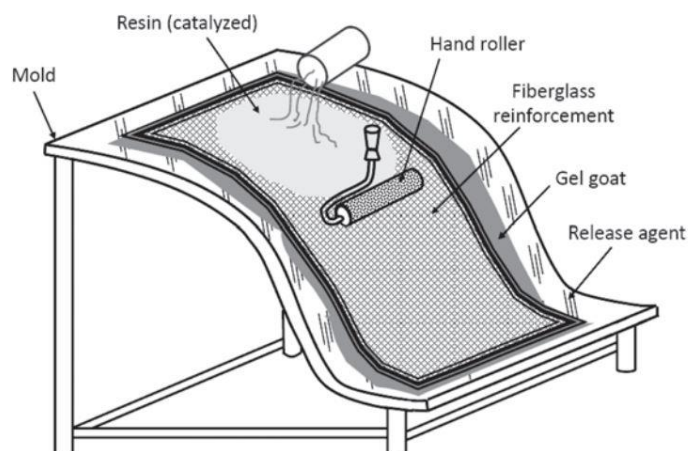
**Figura 11. Moldeo por compresión [37].**

#### 4.3.5. Hand lay-up

Utilizado, sobre todo, para la confección de piezas de gran tamaño, y un bajo volumen de producción (por ejemplo, cascos de barco, piscinas, tanques, etc.). Típicamente, las resinas utilizadas son termoestables, tales como poliéster (la más popular, que permite un curado a temperatura ambiente), viniléster, y epoxi. Como refuerzo suelen utilizarse fibras en forma de tejido o de fieltro (*mats*), generalmente de fibra de vidrio, con una fracción del 15-35% en peso.

El molde, una vez limpio y liso, suele ser recubierto con una fina capa de gel protector, y sobre ella se aplica algún agente de desmolde, que suele ser una película de plástico o algún líquido o cera, que también se trata con otro gel para evitar que los laminados se peguen a ella. Además, luego también solidifica y forma parte de la superficie externa de la pieza. A

continuación, se aplican las láminas de material compuesto, impregnando cada una manualmente, con la ayuda de pinceles y rodillos, con la resina que formará la matriz, antes de aplicar la siguiente lámina.

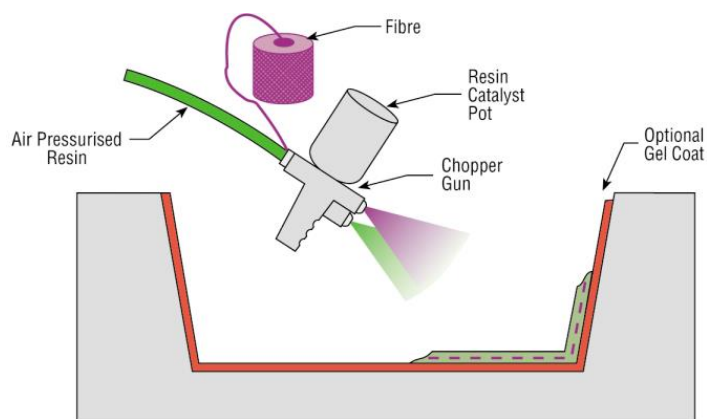


**Figura 12. Hand lay-up** <sup>[23]</sup>.

#### 4.3.6. **Spray lay-up**

Las aplicaciones son similares a las del hand lay-up, pero el refuerzo no puede constar de fibras continuas, por lo que, si se usan fibras, serán cortas, y con orientación aleatoria. Como compensación, este proceso tiene mayor productividad que el hand lay-up, dado que puede automatizarse en mayor medida.

La mayor diferencia radica en que se dispone de una pistola que mezcla la resina, el iniciador de curado y el refuerzo (que será cortado en pequeñas fibras si el suministro es de fibras continuas), y los rocía sobre el molde. Sigue siendo importante pasar rodillos, como en el caso del hand lay-up, para mejorar el mojado y expulsar el aire atrapado.

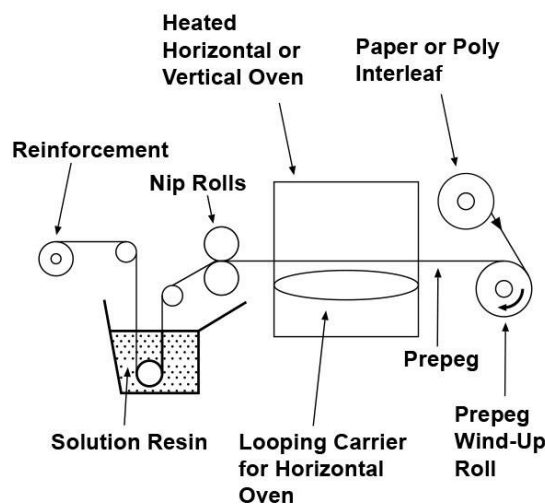


**Figura 13. Spray lay-up** <sup>[38]</sup>.

#### 4.3.7. Preimpregnado (Pre-preg)

Un conjunto de fibras continuas es alineado o entrelazado en algún patrón de tejido, y sometido a un tratamiento superficial, antes de ser bañado en resina y puesto en forma de cinta o lámina. Existen dos procesos básicos para generar pre-pregs:

- Impregnado de disolvente o de emulsión de agua: Tras desenrollarse de su bobina, el refuerzo pasa por un baño de polímero disuelto en solución, y luego unos rodillos eliminan el exceso de resina, antes de entrar a un horno, donde el solvente se evapora, y la resina se cura hasta su estado B. Tras enfriar el pre-preg, se lo cubre con dos láminas protectoras de polietileno o papel, y se enrolla para su almacenamiento refrigerado;
- Impregnado de resina fundida: Una lámina de soporte se recubre con una película de resina, y sobre ella a su vez se deposita la capa de refuerzo. Se completa con una lámina protectora, y se pasa por unos rodillos para compactar el conjunto, antes de pasar por una etapa de calentamiento, donde la resina cura hasta etapa B. Tras enfriar el pre-preg, la lámina protectora se extrae, y el conjunto se enrolla para almacenarlo en frío.



**Figura 14. Pre-preg** <sup>[39]</sup>.

Posteriormente, el pre-preg está listo para usarse en laminados. Necesita ser llevado a temperatura ambiente de manera lenta, para minimizar la condensación de agua, y después es cortado, desprovisto de sus láminas protectoras, y está listo para ser depositado en los moldes.

La resina utilizada para pre-pregs es habitualmente termoestable (p. ej., epoxy), aunque recientemente también puede ser termoplástica. En el caso de las termoestables, se aplican a las fibras estando parcialmente curadas, lo que permite un mejor manejo del material. Permiten un mejor control del proceso y de las propiedades del material. Como contrapartida, el pre-preg debe ser almacenado en frío para evitar que la resina se cure más, volviendo al material inútil, ya que se endurecería y no se podría dar forma ni depositar en un laminado. Una vez aplicado y conformado, el pre-preg típicamente deberá ser curado por completo en un horno o autoclave.

Por su parte, trabajar con termoplásticos es más complicado, y requieren temperaturas y presiones más altas. Los problemas son, en su mayoría, derivados de la mayor viscosidad de estas resinas, que hace que sea más difícil cubrir bien las fibras, y adaptar la lámina a variaciones geométricas de la superficie. A cambio, presentan propiedades más favorables, su reciclado es más fácil, y no necesitan ser almacenadas en frío.

Trabajar con pre-pregs permite impregnar las fibras de una manera conveniente, industrializando el proceso, y aplicar las láminas en geometrías que serían más difíciles con otros métodos, como con inyección, por ejemplo. Por otra parte, el proceso es más lento y el coste mayor, además de precisar de instalaciones refrigeradas donde almacenar el material.

Hay algunos otros materiales “semi-finalizados”, que se asemejan a los pre-pregs en su calidad de materiales que se pueden depositar sin necesidad de aplicar la resina en forma líquida.

- Fibras entrelazadas de refuerzo y de matriz: estas últimas se fundirán y crearán una matriz continua tras ser sometidas a calor y presión;
- Matriz laminada: se intercalan las capas de fibras con láminas sólidas de matriz, que bajo presión y calor se derretirán, cubriendo las fibras y formando una matriz continua;
- Matriz en polvo: entre láminas de refuerzo se interponen capas de polvo, que se derretirá y formará una cobertura continua para las fibras cuando se las caliente y comprima.

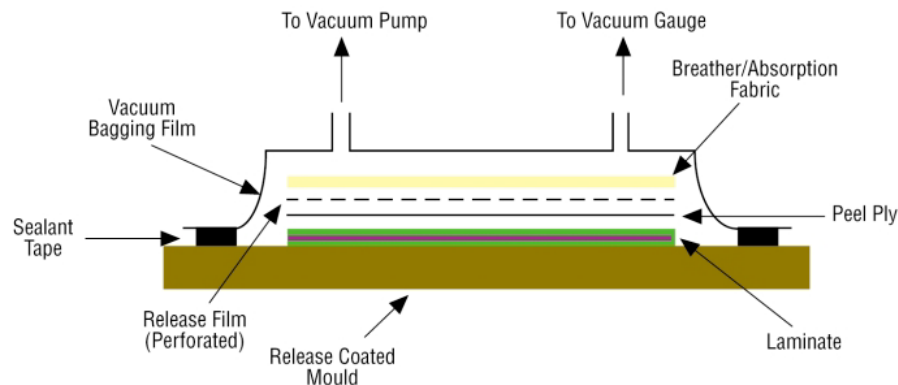
#### **4.3.8. Moldeo con bolsa al vacío (Vacuum-bag moulding)**

Es beneficioso en caso de hand lay-up, y necesario al trabajar con prepreg. Reduce las emisiones de subproductos tóxicos al aire, y la presión atmosférica mejora la consolidación del material. Es más exigente en cuanto a habilidades del personal, así como en equipamiento y materiales necesarios.

El uso de bolsa de vacío implica la incorporación de una serie de accesorios dentro del espacio de la bolsa:

- Cinta sellante permanente (seal) entre la bolsa de vacío y el molde, para que se pueda crear el vacío dentro de la bolsa;
- Salida de aire desde la bolsa de vacío, donde se conecta un conducto que lo lleva hasta la bomba de vacío (vacuum pump);
- La propia bolsa de vacío (vacuum bag);
- Manta de aireación (breather), que permite la retirada de aire para crear el vacío a lo largo de toda la bolsa;
- Film perforado (release film), lámina que retiene la resina, pero deja pasar los gases;

- Manta de absorción (bleeder), que absorbe el exceso de resina que se produce a medida que se consolida y cura el material;
- Tejido pelable (peel ply), que separan todos los demás materiales del producto final, y le confieren a éste su calidad superficial (por ejemplo, más lisa si es superficie vista, o más rugosa si ha de ser adherida a otra pieza);
- Agente desmoldante (release agent); una resina, gel o cera destinada a facilitar la separación de la pieza de su molde.



**Figura 15. Moldeo con bolsa al vacío [38].**

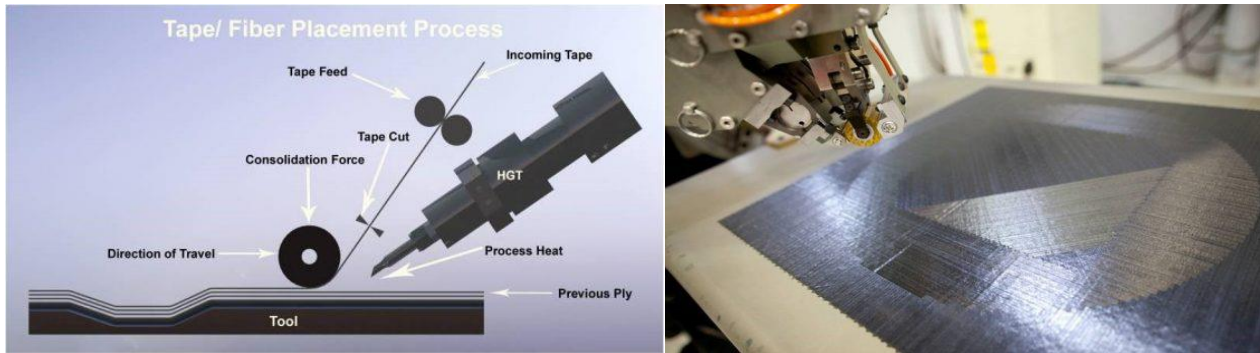
El laminado se sitúa sobre un molde, envuelto con una bolsa flexible e impermeable, que se complementa con varias láminas y sellos que cumplen diversas funciones. La bolsa sellada es conectada a un sistema de aspiración de aire. Al eliminar el aire en la bolsa, se obtiene vacío, y así una presión sobre la pieza, debido a la presión atmosférica. Puede curar a temperatura ambiente, o introducirse en un horno o autoclave para aplicarle calor y presión adicionales.

#### **4.3.9. Moldeo con bolsa a presión (Pressure-bag moulding)**

El procedimiento general es similar al del moldeo con bolsa al vacío, pero en lugar de que una bolsa encierre la pieza y se cree un vacío, la bolsa se comprime contra la pieza al inflarse. Sobre un molde, cubiertos con una bolsa flexible, se deposita la mezcla de resina y laminados de refuerzo. La bolsa se presuriza, y a su vez comprime el material. Si se necesita calor adicional para el curado, éste suele proveerse mediante calentamiento del propio molde.

#### **4.3.10. Automated Fiber Placement (AFP)**

El proceso utiliza un cabezal articulado y automatizado, que deposita y fija simultáneamente una o varias pequeñas mechas (*tows*) de fibra preimpregnada sobre un molde, cortando y volviendo a empezar hasta completar una capa. A continuación, comienza a depositar de igual manera, mecha por mecha, una nueva capa sobre la anterior, y así sucesivamente hasta completar todas las capas del laminado.



**Figuras 16 y 17. Automatic Fiber Placement [40].**

Este método cuenta entre sus ventajas la velocidad de procesado, los reducidos residuos y costes laborales, la consolidación de las piezas y la uniformidad geométrica y de propiedades de una pieza a otra. Además, se puede ajustar el laminado de manera muy precisa a las propiedades deseadas, y laminar en superficies complejas. En contrapartida, los costes del equipamiento, tanto para su diseño y fabricación como para su configuración y programación, son elevados, y hay que prestar especial atención a la probabilidad de discontinuidades en las láminas.

El refuerzo más habitual es la fibra de carbono, pero en principio cualquier fibra continua podría ser utilizada. La gran mayoría de los usos de AFP son con matrices termoestables, pero se han desarrollado variantes para su uso con termoplásticos. El uso más extendido es en la industria aeroespacial, para piezas con geometrías complejas, y con curvaturas, como paneles de fuselajes.

#### **4.3.11. Automated Tape Laying (ATL)**

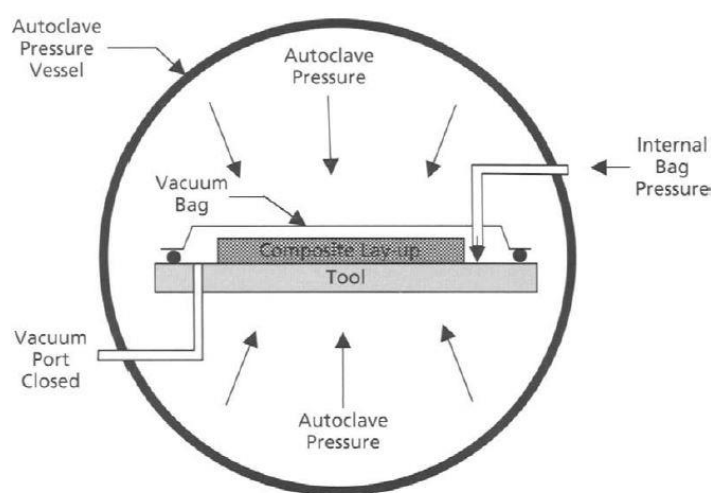
El concepto es similar al de AFP, pero lo que el cabezal deposita sobre el molde son cintas de pre-preg de mucho mayor grosor que en el caso anterior. Esto implica una velocidad de procesado notablemente mayor, lo cual hace al ATL especialmente indicado para laminar amplias superficies que impliquen tramos largos, con lo que se maximiza la ventaja de velocidad. Sin embargo, se pierde precisión para laminar en superficies más intrincadas, lo que lo hace menos idóneo que el AFP para este tipo de aplicaciones. También, la cantidad de residuo es superior en ATL. Por lo demás, las características son asimilables a las de AFP.

#### **4.3.12. Autoclave**

Consiste en una cámara donde las piezas se someten a presión hidrostática y temperatura elevadas. Los materiales más habituales utilizados como matriz son resinas termoestables, como las epoxídicas o las bismaleimidadas, que serán curadas dentro del autoclave merced a las altas temperaturas que allí se generan. Los refuerzos más habituales suelen ser laminados de fibra continua, en forma de tejido o de capas unidireccionales, y de fibra de vidrio, carbono o aramida. Los laminados pueden ser hechos por hand lay-up, pero lo más extendido es el prepreg.

Para la fabricación con autoclave, primero hay que preparar la pieza con su molde con una bolsa de vacío, colocando todos los componentes necesarios. A continuación, la pieza se introduce en el autoclave, conectando la bomba de vacío, y después se puede empezar con el programa de temperatura, presión y tiempo que sea adecuado a la geometría, tamaño y materiales de la pieza.

Con el procedimiento de la bolsa de vacío se elimina el aire atrapado y las emisiones de subproductos, y además, el autoclave comprime el laminado, evita el desplazamiento del refuerzo y el cambio de dimensiones del laminado durante el curado. Se considera que el procesado con autoclave – especialmente si se produce con prepregs – permite conseguir composites más homogéneos y con mejores propiedades mecánicas. Las principales desventajas son el alto coste en equipamiento y en uso de energía, y la lentitud del proceso. Además, deben tomarse importantes precauciones adicionales, ya que el manejo de un autoclave tiene riesgos asociados a un recipiente bajo alta presión y temperatura.

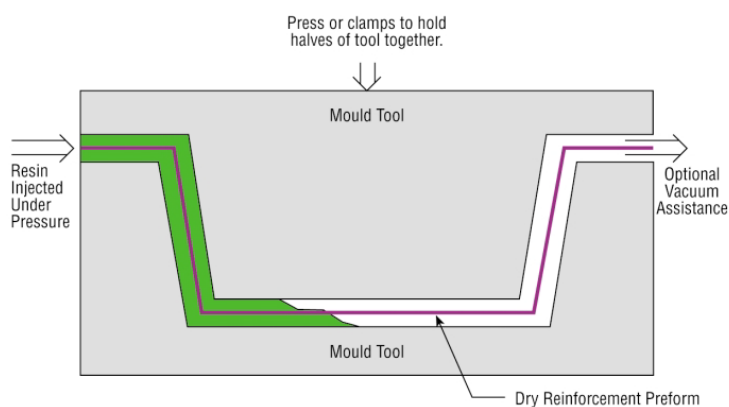


**Figura 18. Autoclave** <sup>[22]</sup>.

#### **4.3.13. Resin Tansfer Moulding (RTM)**

El moldeo por transferencia de resina difiere del moldeo por transferencia ordinario en que sólo la resina es inyectada en la cavidad del molde. El refuerzo, en forma de laminados unidireccionales o en tejido, o en preforma, es situado dentro del molde antes de proceder a la inyección de resina. La superficie de los moldes será tratada con pulido, aplicación de agente desmoldante, gel protector y tejido pelable siendo los productos usados habitualmente. La configuración del refuerzo debe ser tal que impida excesiva compresión o desplazamiento de las fibras bajo de la presión de la resina inyectada, lo que provocaría una distribución no homogénea de las fibras en la pieza. El molde consta de dos partes rígidas, entre las que se sitúa la preforma o laminado, y que luego se cierran a presión, o se inmovilizan con mordazas. Una vez cerrado el molde, se fuerza la resina a presión dentro de la cavidad de dicho molde, hasta que impregna todo el refuerzo. Opcionalmente, puede también extraerse el aire del interior con una bomba de vacío. Cuando la inyección de resina está completada, el molde se calienta para que la resina cure y consolide el material. Tras ello, al enfriarse la pieza, se extrae del molde, y está lista para operaciones de acabado.

El equipamiento y utillaje puede ser caro, porque su configuración es crítica para conseguir un llenado óptimo minimizando burbujas de aire, así como la coordinación entre llenado, aplicación de calor para curado, y enfriado, y requiere cuidado en su diseño y fabricación. Es adecuado para piezas pequeñas hasta moderadamente grandes, en pequeños a medianos volúmenes de producción. Las aplicaciones más habituales son paneles de carrocería en la industria automovilística, paneles de alas de aviones, cuadros y llantas de bicicletas, etc.



**Figura 19. Resin Transfer Moulding [38].**

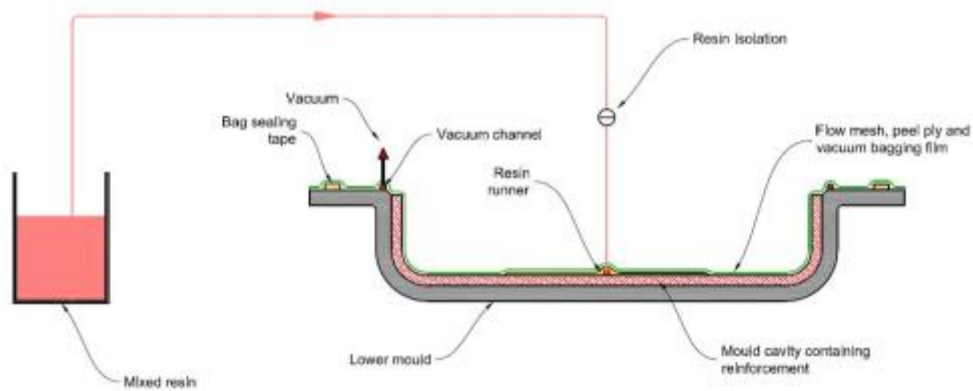
Las resinas habitualmente usadas en RTM son de tipo termoestable, con posibles rellenos como carbonato de calcio en cantidades significativas. La formulación es muy importante, sobre todo para poder conseguir la viscosidad adecuada para llenado total con presencia mínima de burbujas, en el tiempo necesario para tener la duración del ciclo productivo deseada, lo cual implica también controlar la velocidad de curado.

Los refuerzos más usados son fibra de vidrio, carbono o aramida, en laminados o también en preformas, obtenidas mediante diferentes técnicas.

#### **4.3.14. Vacuum Infusion (VI)**

Se usa un molde rígido sobre el que se deposita el laminado de refuerzos o la preforma (previa preparación del molde con un pulido, aplicación de agente desmoldante y film perforado, si hace falta), y sobre él se coloca una lámina de distribución de resina y/o una lámina de tejido pelable, y cubriéndolo todo, una bolsa o molde flexible, que se sellan al molde. Se dejan entradas para la resina, y una conexión para la bomba de vacío. Dicho vacío es aplicado con los propósitos de evacuar el aire e inducir la resina en el laminado de refuerzo, además de para usar la presión atmosférica para ayudar a consolidar el material. La distribución de las entradas para la inyección de la resina variará dependiendo de factores como la geometría de la pieza, y el frente del flujo de resina avanzará en dirección a donde se produce el vacío. Para aumentar la velocidad de la inyección de resina, ésta puede hacerse forzada, habiendo en el laminado una presión efectiva menor que la de vacío. Una vez completada la inyección, se procede al curado, a temperatura ambiente o con calor, con el vacío aún aplicado. Posteriormente, puede desmoldarse, tras retirar el equipamiento accesorio.





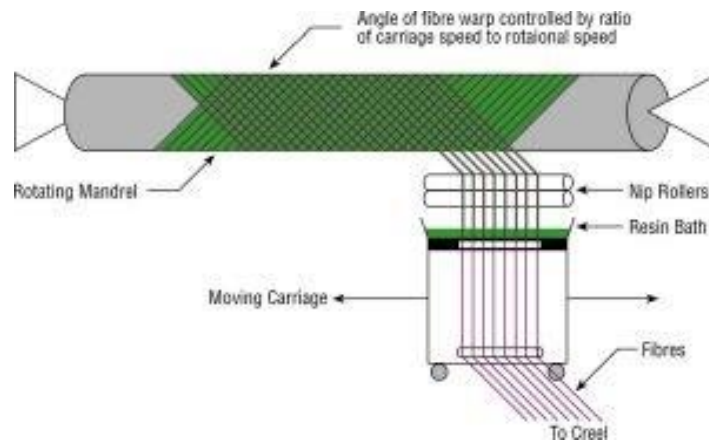
**Figura 20. Vacuum Infusion [41].**

En comparación con métodos como el RTM, el VI tiene moldes superiores más ligeros, o incluso no existentes en favor de la bolsa flexible, y se requieren menores presiones, lo que abarata los requerimientos de equipamiento. Por ello, suele ser más adecuado para fabricar piezas muy grandes, como cascos de barco o palas de aerogeneradores. En cambio, tiene peor sellado y hay más riesgo de fugas de resina.

Existe una amplia variedad de procesos similares en concepto a RTM y a VI, que varían fundamentalmente en la naturaleza de alguno de los moldes y la manera de inyectar la resina o trabajar con el vacío, así como en la aplicación de calor – mediante calentamiento del propio molde o la introducción en un horno o autoclave –, pero pueden considerarse variantes de las técnicas anteriormente mencionadas.

#### **4.3.15. Filament winding**

Es especialmente adecuado para la fabricación de piezas con simetría radial y diferentes secciones transversales, típicamente de forma redonda. El refuerzo (en forma de filamento, fibra hilada o cinta) se desenrolla de sus bobinas y es impregnado de resina al pasar por un baño de polímero. A continuación, es enrollado alrededor de un molde macho que gira alrededor de un eje, y que es conocido como mandril. De la colocación del refuerzo en el ángulo deseado para crear el patrón especificado se encarga un cabezal especial que es orientable y/o desplazable. Tras el enrollado del refuerzo, puede depositarse alguna lámina de protección, que a su vez puede ayudar a compactar la estructura y eliminar el exceso de resina. Posteriormente, se somete el conjunto a curado, ya sea a temperatura ambiente o a través de la aplicación de calor externo. El molde original puede ser eliminado, o dejarse como parte de la pieza final. En caso de tener que separar la pieza del molde, suele aplicarse a la superficie de éste algún gel o cera de desmolde, o alguna lámina, si la superficie no tiene grandes requisitos de suavidad.

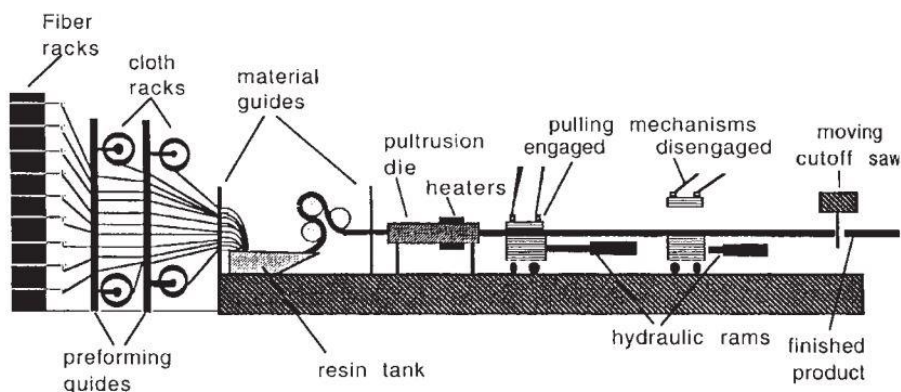


**Figura 21. Filament winding** [42].

Las resinas habitualmente utilizadas son termoestables (poliéster, epoxi), aunque con cambios significativos en el proceso, se ha conseguido utilizar termoplásticos. A su vez, los refuerzos suelen ser fibras continuas de fibra de vidrio, carbono o aramida; sin embargo, otros tipos de refuerzo pueden también ser aplicados en forma de cinta. Típicamente se usa este proceso para fabricar recipientes presurizados, tanques de oxígeno, tuberías, árboles de transmisión, palas de rotor de helicóptero, etc. Las propiedades mecánicas pueden ser muy buenas, al poder adaptar fibras continuas a las cargas requeridas, y tener alto contenido en fibra. En contrapartida, el equipamiento es muy especializado, por lo que sus costes asociados son elevados, y existen limitaciones geométricas a piezas de revolución sin curvaturas entrantes, así como dificultades para depositar las fibras con precisión a lo largo de componentes muy esbeltos.

#### 4.3.16. Pultrusión

Indicado para la fabricación de piezas esbeltas y rectas con sección transversal constante. Una serie de fibras continuas son impregnadas a través de un baño de resina, y pasan luego a través de un troquel o matriz que determina la forma de la sección transversal del material, y que es llamado “de preforma”. A continuación, pasa por otra matriz “de curado”, en la que se calienta el material para consolidar su forma. A la salida, el material es recogido por una serie de rodillos que extraen la pieza. Estos rodillos son los que movilizan todo el proceso, dado que tiran del material en el extremo final del sistema.



**Figura 22. Pultrusión** [23].

Las resinas habitualmente utilizadas en pultrusión son termoestables como poliésteres, vinilésteres y epoxis. Últimamente ha conseguido desarrollarse el proceso para su uso con termoplásticos como la polietere tercetona (PEEK) y la polisulfona. Si bien otros tipos de refuerzo también pueden ser usados, el más habitual es la fibra de vidrio. Productos típicos de la pultrusión son barras sólidas, tubos huecos, láminas planas, y diferentes tipos de vigas. Las ventajas son buenas propiedades mecánicas en dirección axial y buen volumen de producción por la posibilidad de automatizar una producción constante. En cambio, las propiedades mecánicas en dirección tangencial son limitadas, y los costes iniciales del equipamiento son altos.

#### **4.4. Tendencias en interiores de aviones**

El estudio que se lleva a cabo en este proyecto se inspira en una tendencia en la industria aeronáutica: el uso de materiales compuestos en los interiores de los aviones. Con estrictos requisitos de resistencia al fuego, de generación de humo y de otros tóxicos, las posibilidades que el diseño con materiales compuestos ofrece para satisfacer la normativa aplicable, y a la vez tener un bajo peso hace que se desarrolle una amplia demanda y, en consecuencia, una gran actividad industrial y económica alrededor de estos productos. No conviene olvidar que el peso total de los materiales del interior de un avión puede llegar incluso a exceder el de la propia estructura del avión <sup>[43]</sup>.

La industria está aplicando el uso de materiales compuestos de manera rutinaria en suelos, paredes, techos y otros paneles, y cada vez más está trasladando su uso a piezas con mayores requerimientos mecánicos, como piezas de asientos, por ejemplo. De esta manera, se llegan a ahorrar cientos de kilogramos. Además de otras ventajas, las formas complejas que algunos de estos paneles pueden requerir se pueden lograr con pequeños espesores, reduciendo el peso.

Los compuestos de fibra de vidrio están entre los más utilizados para interiores de aviones. Pueden encontrarse compañías que ofrecen productos basados en ese refuerzo y matrices de resinas de alta resistencia al fuego, como las fenólicas <sup>[44]</sup>, y otras resinas avanzadas.

Los materiales utilizados no se restringen a laminados tradicionales, “macizos”, sino que también se están aprovechando las evidentes ventajas de rigidez y ligereza de los paneles “sándwich”, y numerosos fabricantes los ofrecen en sus productos, rápidamente transformándose incluso en el tipo de material más utilizado <sup>[45]</sup> <sup>[46]</sup> <sup>[47]</sup>. Incluso los avances en resinas termoplásticas están siendo aplicados por los suministradores en la fabricación de interiores <sup>[48]</sup>. Podría decirse que están presentes casi todas las técnicas y tipo de materiales, con la excepción de fibras de muy altas prestaciones.

## **5. MATERIALES Y MODELOS FISICOMATEMÁTICOS UTILIZADOS**

En esta parte del trabajo se analizan los materiales utilizados a lo largo del estudio. El ejemplo inicial consta de polímero PETg como constituyente de los paneles objeto de estudio, y aluminio Al 6063-T6 para los herrajes que sujetan los paneles a la estructura de la cabina, y algunos dispositivos a los paneles. El segundo ejemplo utilizará el aluminio de la misma manera, pero los paneles estarán constituidos por un material compuesto, que consta de láminas de matriz polimérica de resina fenólica reforzada por fibras de vidrio.

Para cada material de esta relación, se describirá el modelo fisicomatemático utilizado en cada caso, tanto en los cálculos destinados a obtener parámetros de cada material como en las simulaciones informáticas que se llevarán a cabo.

De manera general, las piezas analizadas no son estructurales en el vehículo en el que van montadas, por lo que no deben estar comprometidas con cargas más allá de las generadas por el peso de los dispositivos que van anclados en ellas. Por ello, se espera que todos los componentes que se incluyen en el modelo estén funcionando en **régimen elástico** en todo momento. A pesar de que las cargas que se han seleccionado para actuar sobre el modelo en nuestra simulación corresponden a una situación de aterrizaje de emergencia, en aras de la prudencia, se ha decidido optar por el conservadurismo y exigir también en este caso que el comportamiento de todas las piezas se mantenga dentro del régimen elástico. En consecuencia, los diferentes modelos que caracterizan a los materiales podrán diferir en otros aspectos, pero tendrán en común su elasticidad.

Debido a la dificultad para conseguir datos de los valores de propiedades mecánicas de los materiales, se ha recurrido a múltiples fuentes. En algunos casos, se han encontrado valores con cierta discrepancia, o en rangos; en esas situaciones, se ha seguido el criterio de seleccionar los valores más conservadores.

### **5.1. Polietilentereftalato (PET) reforzado con ciclohexandimetanol (CHDM)**

El primer caso, el que representa el modelo original de las piezas analizadas, tiene los paneles fabricados de este material. El polietilentereftalato (en adelante será llamado “PET”) es un polímero de tipo termoplástico de la familia de los poliésteres, siendo de hecho el material más común de esta familia. Es usado principalmente para hacer fibras textiles, recipientes para líquidos y alimentos, como resina para materiales compuestos, y para fabricar placas y láminas por termoconformado, que es el uso que nos ocupa.

El PET es un material cuya microestructura puede variar entre amorfa y semicristalina, dependiendo de factores derivados del proceso de fabricación, como, por ejemplo, la copolimerización; el uso de otro polímero para combinarse con el PET puede afectar tanto a la microestructura como a otras propiedades del material. En el caso que nos ocupa, el PET está modificado con ciclohexandimetanol (CHDM), que es un compuesto orgánico de tipo

diol (es decir, tiene dos grupos funcionales OH). Ello hace disminuir la temperatura de fusión del material, haciéndolo más adecuado para termoconformado. A su vez, la microestructura pasa a ser amorfa en estado sólido <sup>[49]</sup>. El material resultante suele llamarse “PETg”, y esa será la denominación con la que será referido a lo largo de este trabajo.

EL PETg es un material de baja densidad – aproximadamente la mitad que la del vidrio –, con una buena resistencia al impacto y ductilidad, próximas a la del policarbonato <sup>[50]</sup>. Al ser un termoplástico, es fácilmente termoformable <sup>[50]</sup>. Tiene una alta transparencia y brillo superficial, y sobre él se puede estampar, pintar o serigrafiar. Este material es reciclable, pero al mismo tiempo dispone de una alta estabilidad química, lo que le permite estar aprobado por las normativas FDA y CEE para su uso en contacto con alimentos, y lo más importante para el presente caso, una alta categoría de resistencia al fuego <sup>[51]</sup>. Dicha resistencia química permite que el PETg tenga gran durabilidad frente a los agentes meteorológicos; no obstante, en aplicaciones al aire libre u otras condiciones en que el material esté expuesto a la luz solar de manera directa o al menos abundante, deberá ir equipado de una cobertura frente a la radiación ultravioleta (UV) que los fabricantes suelen ofrecer como opción.

### 5.1.1. Modelo de material

Se asume el material como **homogéneo**; es decir, su composición y estructura se mantienen constantes, y con ellas sus propiedades, en cualquier punto geométrico de la pieza. También se señaló que la microestructura del material es la de un sólido amorfo. Tal y como es habitual entre los sólidos con este tipo de estructura, el PETg será modelizado como un material de tipo **isotrópico**. Esto significa que, en cualquier punto, sus propiedades elásticas serán las mismas independientemente de la dirección de la carga.

Como se aclaró anteriormente, tanto éste como los demás materiales, el PETg será modelizado como un material **elástico**. Dicho comportamiento elástico se supone, de acuerdo con los datos experimentales, que es **lineal**, por lo que puede aplicarse la ley de Hooke, y obtener los parámetros necesarios mediante las siguientes relaciones <sup>[52]</sup>:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}$$

Siendo:

- $\sigma$ : Tensión longitudinal en una dirección dada.  $\sigma = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Área transversal}}$
- $\varepsilon$ : Deformación longitudinal en una dirección dada.
- $E$ : Módulo de Young, que indica la rigidez longitudinal de un material.  $E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon}$
- $\nu$ : Coeficiente de Poisson, la ratio de deformación transversal sobre la axial.  $\nu = \frac{\varepsilon_{tr}}{\varepsilon_{ax}}$
- $G$ : Módulo de cizalladura, que indica la rigidez a cortadura de un material.
- $K$ : Módulo de compresibilidad, que indica la rigidez a la compresión uniforme.

Además de los parámetros que caracterizan el comportamiento elástico, se necesitan datos para evaluar si se superan los límites hasta los cuales el material se comporta efectivamente

como elástico lineal. Dichos parámetros, denominados propiedades resistentes, serán en este caso los límites elásticos a tracción a compresión y a cortadura.

A continuación, se detallan los valores de todas las propiedades necesarias para caracterizar satisfactoriamente el material, y que serán suministradas como datos al software ANSYS para definir el PETg.

Densidad:  $\rho = 1270 \frac{kg}{m^3}$  [50]

Módulo de elasticidad:  $E = 2,2 GPa$  [53]

Límite elástico a tracción:  $\sigma_{yt} = 53 MPa$  [50]

Límite elástico a compresión:  $\sigma_{yc} = 55,2 MPa$  [54]

Límite elástico a cortadura:  $\tau_y = 62 MPa$  [54]

Coefficiente de Poisson:  $\nu = 0,40$  [54]

Módulo de cortadura:  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{2,2 GPa}{2 \cdot (1 + 0,4)} = 0,786 GPa$

Módulo de compresibilidad:  $K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \nu)} = \frac{2,2 GPa}{3 \cdot (1 - 2 \cdot 0,4)} = 3,66 GPa$

## 5.2. Aluminio Al 6063-T6

En los herrajes que ajustan los paneles analizados con la estructura general de la cabina del avión, se utilizará en ambos casos la aleación de aluminio Al 6063-T6, cuyos principales aleantes son silicio (0,2-0,6 % en peso) y magnesio (0,45-0,9 % en peso), y que recibe un tratamiento térmico de solubilización y envejecido artificial [56]. Este material es particularmente adecuado para extrusiones.

### 5.2.1. *Modelo de material*

En cuanto a su comportamiento mecánico, este material también se entiende como un **sólido elástico lineal, homogéneo e isotrópico**.

A continuación, se detallan los valores de todas las propiedades necesarias para caracterizar satisfactoriamente el material, y que serán suministradas como datos al software ANSYS para definir el aluminio Al 6063-T6.

Densidad:  $\rho = 2700 \frac{kg}{m^3}$  [57]

Módulo de elasticidad:  $E = 68,9 GPa$  [57]

Límite elástico a tracción:  $\sigma_{yt} = 214 MPa$  [58]

Límite elástico a cortadura:  $\tau_{yt} = 96,53 \text{ MPa}$  [59]

Coeficiente de Poisson:  $\nu = 0,33$  [51]

Módulo de cortadura:  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{68,9 \text{ GPa}}{2 \cdot (1 + 0,33)} = 25,9 \text{ GPa}$

Módulo de compresibilidad:  $K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \nu)} = \frac{68,9 \text{ GPa}}{3 \cdot (1 - 2 \cdot 0,33)} = 67,55 \text{ GPa}$

### 5.3. Material compuesto

El segundo caso del análisis presenta los paneles realizados en material compuesto, en lugar del polímero PETg. Dicho material consta de una matriz polimérica de resina fenólica y un refuerzo de fibras largas de vidrio. Seguidamente se discuten ambos materiales.

### 5.4. Resina fenólica

En la industria aeronáutica, al hacer el estudio de materiales para fabricar los componentes, cuando se decide el uso de materiales compuestos, es importante seguir los criterios adecuados para matriz y refuerzo. Los componentes bajo estudio forman parte de la cobertura interior de la cabina de un avión; no son estructurales, por lo que la exigencia de altas propiedades mecánicas es menos relevante que otras que toman mayor relevancia en dicho entorno. En cambio, las normativas relacionadas con FST (del inglés “*Fire, Smoke and Toxicity*”: fuego, humo y toxicidad) se vuelven mucho más importantes y restrictivas. Por esta razón, los materiales más utilizados como matriz de materiales compuestos en interiores de aviones son las resinas fenólicas [60] [61] [62] [63], debido a que están entre las que mejores propiedades ofrecen, teniendo a la vez un coste relativamente bajo [64] [65] [66] [67] [68]. En particular, estas resinas destacan en su resistencia a la ignición y a la propagación de la llama, así como una muy baja generación de humos y toxicidad. Siguiendo la tendencia de la industria aeronáutica, entonces, se elige como matriz del compuesto una resina fenólica.

#### 5.4.1. **Modelo de material**

Las resinas fenólicas son un típico ejemplo de polímero termoestable; ello significa que suelen fabricarse empezando con una forma líquida que, mediante un proceso termoquímico, provoca que las cadenas poliméricas se ramifiquen e interconecten, terminando con un sólido que tiene una microestructura que puede considerarse **homogénea e isotrópica**, y que presenta un comportamiento **elástico lineal** [69].

A continuación, se detallan los valores de todas las propiedades necesarias para caracterizar satisfactoriamente el material, y que serán suministradas como datos al software ANSYS para definir la resina fenólica.

Densidad:  $\rho = 1220 \frac{kg}{m^3}$  [70]

Módulo de elasticidad:  $E = 3,4 GPa$  [70]

Límite elástico a tracción:  $\sigma_{yt} = 55 MPa$  [70]

Límite elástico a compresión:  $\sigma_{yc} = 130 MPa$  [70]

Límite elástico a cortadura:  $\tau_y = 40 MPa$  [71]

Coeficiente de Poisson:  $\nu = 0,35$  [70]

Módulo de cortadura:  $G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} = \frac{3,4 GPa}{2 \cdot (1+0,35)} = 1,26 GPa$

Módulo de compresibilidad:  $K = \frac{E}{3 \cdot (1-2\nu)} = \frac{3,4 GPa}{3 \cdot (1-2 \cdot 0,35)} = 3,77 GPa$

Deformación a rotura: 1% [70]

## 5.5. Fibra de vidrio

Entre los materiales que se usan para fabricar fibras de refuerzo para materiales compuestos en la industria aeronáutica existen alternativas con altísimas propiedades mecánicas. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, nuestras piezas no son estructurales, y su principal cometido no es soportar cargas mecánicas, por lo que no vale la pena afrontar el elevado coste de dichas fibras; en cambio, si se opta por la fibra de vidrio, la relación coste/propiedades es muy favorable [72] [73] [74] [75]. Por ello, este material será el elegido. En particular, de los tipos de fibra de vidrio disponibles, se usará el tipo E (“E-glass”), compuesto de vidrio bajo en óxidos alcalinos (composición nominal típica en peso: SiO<sub>2</sub>, 54%; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 14%; CaO+MgO, 22%; B<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 10%; Na<sub>2</sub>O+K<sub>2</sub>O, hasta 2%), por ser el más comúnmente usado como refuerzo de compuestos [76].

### 5.5.1. *Modelo de material*

El material en cuestión puede que tenga forma de fibra, pero su microestructura sigue siendo amorfa, como la de los vidrios comunes; debido a ello es que se puede asumir que la fibra está compuesta de un material **homogéneo e isotrópico** [77] [78] [79]. Ello implica que sus propiedades elásticas son las mismas tanto en la dirección de la fibra como de manera transversal a ella.

A continuación, se detallan los valores de todas las propiedades necesarias para caracterizar satisfactoriamente el material, y que serán suministradas como datos al software ANSYS para definir la fibra de vidrio.



Densidad:  $\rho = 2600 \frac{kg}{m^3}$  [80]

Módulo de elasticidad:  $E = 73 GPa$  [80]

Límite elástico a tracción:  $\sigma_{yt} = 2400 MPa$  [80]

Límite elástico a compresión:  $\sigma_{yc} = 1080 MPa$  [81]

Coeficiente de Poisson:  $\nu = 0,22$  [80]

Módulo de cortadura:  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{73 GPa}{2 \cdot (1 + 0,22)} = 30 GPa$

Módulo de compresibilidad:  $K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \nu)} = \frac{73 GPa}{3 \cdot (1 - 2 \cdot 0,22)} = 43,45 GPa$

Deformación a rotura:  $3,4\%$  [80]

## 5.6. Material compuesto (GFRP)

Se entiende por material compuesto aquel material, fabricado por el ser humano, que es macroscópicamente heterogéneo por estar formado por dos o más constituyentes que no reaccionan químicamente entre sí, y mejoran las propiedades de sus componentes por separado.

En los materiales compuestos se distingue entre:

- matriz: es el componente que actúa como ligante, estando presente en una fase continua en el compuesto;
- refuerzo: es el componente resistente fundamental del compuesto, y se halla en fase discontinua, en un conjunto de unidades discretas, separadas entre sí, rodeadas de la matriz.

En el caso que nos ocupa, los materiales que ocuparán dichos roles serán los siguientes:

- la resina fenólica ocupará el rol de matriz;
- la fibra de vidrio será el material de refuerzo.

Se dispone de las propiedades elásticas fundamentales de ambos materiales, y a partir de ellas se calcularán las propiedades del material compuesto.

El proceso que se seguirá para calcular el material tendrá en cuenta la manera en que se fabrican estos materiales: a saber, como una combinación de láminas dispuestas de manera apilada. Se ha elegido trabajar con láminas unidireccionales, ya que su cálculo es más sencillo. La combinación de láminas en diferentes orientaciones permitirá configurar las propiedades del laminado.

### **5.6.1. Micromecánica de la lámina**

A continuación, se realizará la determinación teórica de las propiedades elásticas que caracterizan a una lámina de material compuesto de fibras largas unidireccionales. Se seguirá el proceso de cálculo que es práctica común para ello, según se puede encontrar en general en la bibliografía especializada <sup>[80] [82] [83] [84]</sup>.

#### **5.6.1.1. *Hipótesis de trabajo para la lámina***

El objetivo es crear un modelo teórico de la lámina de material compuesto, determinando sus constantes elásticas a partir de un conjunto de datos y suposiciones sobre sus materiales constituyentes.

El modelo de la lámina admite una serie de hipótesis sobre el material propiamente dicho:

- presenta una estructura macroscópicamente homogénea;
- su comportamiento mecánico es elástico lineal;
- la orientación de sus propiedades elásticas es ortotrópica.

Conviene aclarar lo que se entiende por un material ortotrópico: es aquel cuyas propiedades difieren de acuerdo con tres ejes mutuamente ortogonales. Son, a su vez, un caso particular de material anisotrópico, en el cual las propiedades varían dependiendo de la dirección en que se analice, en contraposición a uno isotrópico, en el que las propiedades son idénticas en cualquier dirección del espacio.

Para el modelo de lámina también se aceptan otro conjunto de hipótesis sobre la interacción de las fases del compuesto:

- ausencia de tensiones iniciales;
- unión perfecta entre fibra y matriz;
- ausencia de porosidad;
- las fuerzas se aplican de manera paralela o normal a la dirección de la fibra.

#### **5.6.1.2. *Hipótesis y datos para la fibra***

Para proceder con los cálculos, se necesita también que las fibras de refuerzo respondan a ciertas hipótesis de trabajo:

- están hechas de un material elástico lineal, homogéneo e isotrópico;
- están regularmente espaciadas y perfectamente alineadas en la misma dirección.

Un factor que hay que determinar previamente a los cálculos es la fracción de volumen de fibra en el laminado. Dependiendo de varios factores – entre ellos el tipo de proceso de fabricación del material compuesto –, se pueden alcanzar diferentes proporciones de fibra, pero el rango más habitual está entre el 50% y el 65% <sup>[85]</sup>. Siguiendo con la tendencia general

conservadora a lo largo de este trabajo, se tomará como valor el más bajo de dicho rango, por lo que en adelante se fija la proporción de volumen de fibra en el 50%.

Los datos numéricos necesarios para los cálculos posteriores, y ya detallados previamente, se reproducen a continuación:

$$\rho_f = 2600 \text{ kg/m}^3 \quad E_f = 73 \text{ GPa} \quad \nu_f = 0,22 \quad V_g = 0,5 \quad G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu_f)} = \frac{73 \text{ GPa}}{2(1+0,22)} = 30 \text{ GPa}$$

#### 5.6.1.3. Hipótesis y datos para la matriz

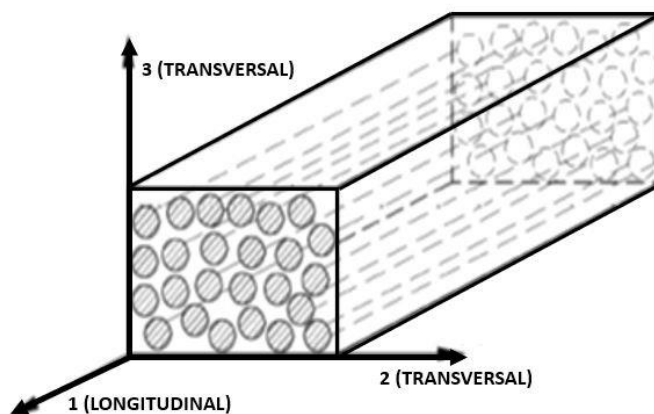
Se supone que el material de la matriz es elástico lineal, homogéneo e isótropo.

Los parámetros de la matriz, ya apuntados anteriormente, que serán requeridos para los cálculos siguientes son:

$$\rho_m = 1220 \text{ kg/m}^3 \quad E_m = 3,4 \text{ GPa} \quad \nu_m = 0,35 \quad V_m = 0,5 \quad G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)} = \frac{3,4 \text{ GPa}}{2(1+0,35)} = 1,26 \text{ GPa}$$

#### 5.6.1.4. Parámetros elásticos micromecánicos de la lámina

Se asume que el material tendrá las fibras alineadas con la dirección 1 (longitudinal), y las direcciones 2 y 3 serán transversales a ella, de manera que los tres ejes sean ortogonales entre sí, tal y como se ilustra en la siguiente figura.



**Figura 23. Ejes de referencia en el material de la lámina.**

A continuación, con la ayuda de la regla de las mezclas, se calculan los parámetros elásticos del material de la lámina.

Los parámetros son:

- $V$ : Fracción de volumen
- $\rho$ : Densidad
- $E$ : Módulo de Young

- $\nu$ : Coeficiente de Poisson
- $G$ : Módulo de cortadura

Los subíndices se refieren a:

- La fibra ( $f$ )
- La matriz ( $m$ )
- Las direcciones principales del material compuesto; axial (1) y transversales (2, 3)

$$V_t = V_f + V_m = 0,5 + 0,5 = 1$$

$$\rho_t = \rho_f \cdot V_f + \rho_m \cdot V_m = 2600 \frac{kg}{m^3} \cdot 0,5 + 1200 \frac{kg}{m^3} = 1900 kg/m^3$$

$$E_1 = E_f \cdot V_f + E_m \cdot (1 - V_f) = 73 \text{ GPa} \cdot 0,5 + 3,4 \text{ GPa} \cdot (1 - 0,5) = 38,2 \text{ GPa}$$

$$E_2 = \frac{E_f \cdot E_m}{E_f \cdot V_m + E_m \cdot V_f} = E_m \left[ \frac{1}{(1-V_f) + \frac{E_m}{E_f} \cdot V_f} \right] = 3,4 \text{ GPa} \left[ \frac{1}{(1-0,5) + \frac{3,4 \text{ GPa}}{73 \text{ GPa}} \cdot 0,5} \right] = 6,5 \text{ GPa} \quad E_2 = E_3$$

$$\nu_{12} = \nu_f \cdot V_f + \nu_m \cdot (1 - V_f) = 0,22 \cdot 0,5 + 0,35 \cdot (1 - 0,5) = 0,285 \quad \nu_{12} = \nu_{13}$$

$$\nu_{31} = \nu_{13} \cdot \frac{E_3}{E_1} = 0,285 \cdot \frac{6,5 \text{ GPa}}{38,2 \text{ GPa}} = 0,0485 \quad \nu_{21} = \nu_{12} \cdot \frac{E_2}{E_1} = 0,285 \cdot \frac{6,5 \text{ GPa}}{38,2 \text{ GPa}} = 0,0485$$

$$G_{12} = \frac{G_f \cdot G_m}{G_f \cdot V_m + G_m \cdot V_f} = G_m \left[ \frac{1}{V_m + V_f \cdot \frac{G_m}{G_f}} \right] = 1,26 \text{ GPa} \left[ \frac{1}{0,5 + 0,5 \cdot \frac{1,26 \text{ GPa}}{30 \text{ GPa}}} \right] = 2,42 \text{ GPa}$$

$$G_{12} = G_{21} \quad G_{12} = G_{13} = G_{31}$$

$$\nu_{23} = \nu_{32} = \nu_{12} \cdot \frac{1 - \nu_{21}}{1 - \nu_{12}} = 0,285 \cdot \frac{1 - 0,0485}{1 - 0,285} = 0,38$$

$$G_{23} \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})} = \frac{6,5 \text{ GPa}}{2 + (1 + 0,38)} = 2,355 \text{ GPa}$$

#### 5.6.1.5. Propiedades resistentes del material de la lámina

Mediante un conjunto de ecuaciones presentes en la bibliografía se procede a calcular de forma teórica valores para la resistencia mecánica del material compuesto, a partir de los valores de sus componentes.

*Resistencia mecánica a tracción en dirección de las fibras (la fibra tiene  $\epsilon_R$  mayor que la de la matriz)*

Para  $V_f$  bajos:  $X_t = \sigma_m^R \left[ V_f \cdot \frac{E_f}{E_m} + (1 - V_f) \right]$

Para  $V_f$  altos:  $X_t = \sigma_f^R \cdot V_f$

Igualando las dos ecuaciones:

$$\sigma_m^R \left[ V_{fcr} \cdot \frac{E_f}{E_m} + (1 - V_{fcr}) \right] = \sigma_f^R \cdot V_{fcr} \quad (\text{en } V_{fcr} \text{ ambas dan idéntico } X_t) \rightarrow V_f = V_{fcr}$$

$$V_{fcr} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_f^R}{\sigma_m^R} \cdot \frac{E_f}{E_m}} = \frac{1}{1 + \frac{2400MPa}{55MPa} \cdot \frac{73GPa}{3,4GPa}} = 0,043 \quad V_f = 0,5 \gg 0,043 = V_{fcr} \rightarrow V_f \text{ es considerado alto}$$

$$X_t = \sigma_f^R \cdot V_f = 2400MPa \cdot 0,5 = 1200MPa = 1,2GPa$$

*Resistencia mecánica a compresión en dirección de las fibras*

- Micropandeo de las fibras  $\rightarrow$  Para  $V_f$  altos, predomina el modo de rotura de corte:

$$X_c = \frac{G_m}{1 - V_f} = \frac{1,26GPa}{1 - 0,5} = 2,52GPa$$

- Rotura transversal por efecto Poisson

$$X_c = \frac{(E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m) \cdot (1 - V_f^{1/3}) \cdot \epsilon_m^R}{v_f \cdot V_f + v_m \cdot V_m}$$

$$= \frac{(73GPa \cdot 0,5 + 3,4GPa \cdot 0,5) \cdot (1 - 0,5^{1/3}) \cdot 0,01}{v_f \cdot V_f + v_m \cdot V_m} = 0,276GPa$$

Se selecciona el menor:  $X_c = 0,276 GPa$

*Resistencia mecánica a tracción en dirección transversal*

- Si la unión en la interfaz es débil:

$$Y_T = \sigma_m^R \left[ 1 - 2 \left( \frac{V_f}{\pi} \right)^{1/2} \right] = 55 MPa \cdot \left[ 1 - 2 \left( \frac{0,5}{\pi} \right)^{1/2} \right] = 11,12MPa$$

- Si la unión en la interfaz es fuerte:

$$Y_T = \frac{E_2 \cdot \sigma_m^R}{E_m \cdot F} \quad \text{Siendo } F = \frac{1}{\frac{2 \cdot r}{R} \left( \frac{E_m}{E_f} - 1 \right) + 1}$$

r (diámetro de fibra) será estimada en  $10 \mu m$  [86]

Haciendo una media entre los valores de R según el empaquetamiento de las fibras:

$$\begin{aligned} \text{Hexagonal: } V_f &= \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left(\frac{r}{R}\right)^2 & R &= \sqrt{\frac{\pi R^2}{2\sqrt{3} V_f}} = \sqrt{\frac{\pi(10 \mu m)^2}{2\sqrt{3} \cdot 0,5}} = 13,47 \mu m \\ \text{Cuadrado: } V_f &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{r}{R}\right)^2 & R &= \sqrt{\frac{\pi R^2}{4 V_f}} = \sqrt{\frac{\pi(10 \mu m)^2}{4 \cdot 0,5}} = 13,47 \mu m \end{aligned}$$

$\nearrow R \approx \frac{13,47 \mu m + 12,53 \mu m}{2} = 13 \mu m$

$$F = \frac{1}{\frac{2 \cdot 10 \mu m \cdot (3,4 GPa - 1)}{2 \cdot 13 \mu m \cdot (73 GPa - 1)} + 1} = 3,75 \quad Y_T = \frac{6,5 GPa \cdot 55 MPa}{3,4 GPa \cdot 3,75} = 28,04 MPa$$

Se supone que, debido a la buena afinidad general de la fibra de vidrio con las resinas, la unión en la interfaz es fuerte. En consecuencia,  $Y_T = 28,04 MPa$ .

#### *Resistencia mecánica a compresión en dirección transversal*

Se asume que  $\varepsilon_{m_c}^R = \frac{\sigma_{m_c}^R}{E_m}$

$$\begin{aligned} Y_c &= E_2 \left[ \frac{2r}{R} \cdot \frac{E_m}{E_f} + \left(1 - \frac{2r}{R}\right) \right] \varepsilon_{m_c}^R = 6,5 GPa \cdot \left[ \frac{2 \cdot 10 \mu m}{2 \cdot 13 \mu m} \cdot \frac{3,4 GPa}{73 GPa} + \left(1 - \frac{2 \cdot 10 \mu m}{2 \cdot 13 \mu m}\right) \right] \cdot \frac{130 MPa}{3,4 GPa} = \\ &= 66,31 MPa \end{aligned}$$

#### *Resistencia mecánica a cortadura plana*

$$\begin{aligned} S_{xy} &= \frac{G_{12} \zeta_m^R}{G_m} \left[ \frac{2r}{2R} \cdot \left(\frac{G_m}{G_f} - 1\right) + 1 \right] = \frac{2,42 GPa \cdot 40 GPa}{1,26 GPa} \cdot \left[ \frac{2 \cdot 10 \mu m}{2 \cdot 13 \mu m} \cdot \left(\frac{1,26 GPa}{30 GPa} - 1\right) + 1 \right] = \\ &= 20,21 MPa \end{aligned}$$

### **5.6.2. Macromecánica de la lámina**

Una vez se dispone de las constantes elásticas del material que forma la lámina, lo siguiente es caracterizar el comportamiento elástico de la lámina como tal, de manera que se pueda establecer su respuesta a los esfuerzos, especialmente si éstos tienen una orientación diferente a la de las direcciones principales de la lámina. El análisis está guiado por la bibliografía especializada [80] [82] [83] [84].

El material compuesto que forma la lámina se considera elástico lineal. Las ecuaciones que relacionan tensión y deformación, en términos de rigidez y flexibilidad, pueden expresarse como sigue.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \zeta_{yz} \\ \zeta_{xz} \\ \zeta_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{xz}/2 \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de rigidez [C]}} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{xz}/2 \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \zeta_{yz} \\ \zeta_{xz} \\ \zeta_{xy} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de flexibilidad [S]}}$$

[S] y [C] son simétricos, e inversos entre sí

El material en cuestión es ortótropo con 3 planos ortogonales de simetría elástica. Este tipo de materiales puede ser definido mediante 9 constantes elásticas.

Expresado en las direcciones principales:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

Siendo:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} & S_{22} &= \frac{1}{E_2} & S_{33} &= \frac{1}{E_3} & S_{44} &= \frac{1}{G_{23}} & S_{55} &= \frac{1}{G_{13}} & S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \\ S_{12} &= \frac{-\nu_{21}}{E_2} & S_{13} &= \frac{-\nu_{31}}{E_3} & S_{23} &= \frac{-\nu_{32}}{E_3} & S_{21} &= \frac{-\nu_{12}}{E_1} & S_{31} &= \frac{-\nu_{13}}{E_1} & S_{32} &= \frac{-\nu_{23}}{E_2} \\ \nu_{12} &= \frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \text{ (coef. Poisson principal)} & \nu_{23} &= \nu_{32} \\ \frac{\nu_{12}}{E_1} &= \frac{\nu_{21}}{E_2} & \nu_{21} &= \nu_{12} \cdot \frac{E_2}{E_1} \text{ (coef. Poisson secundario)} \end{aligned}$$

Dado que la matriz es simétrica:

$$\frac{-\nu_{21}}{E_2} = S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{12}}{E_1} \quad \frac{-\nu_{31}}{E_3} = S_{13} = S_{31} = \frac{-\nu_{13}}{E_1} \quad \frac{-\nu_{32}}{E_3} = S_{23} = S_{32} = \frac{-\nu_{23}}{E_2}$$

Teniendo en cuenta la naturaleza geométrica de la lámina (el espesor de un valor muy pequeño, prácticamente despreciable frente al ancho y al largo), es lícito suponer un estado tensional plano en la lámina.

En consecuencia, si se consideran:  $\sigma_x = 0$      $\tau_{23} = 0$      $\zeta\tau_{13} = 0$

La ley de Hooke se aplica en 2 dimensiones en lugar de 3:

$$\varepsilon_3 = S_{31} \cdot \sigma_1 + S_{32} \cdot \sigma_2 \quad \gamma_{23} = 0 \quad \gamma_{13} = 0$$

El sistema de ecuaciones puede ser reducido a la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

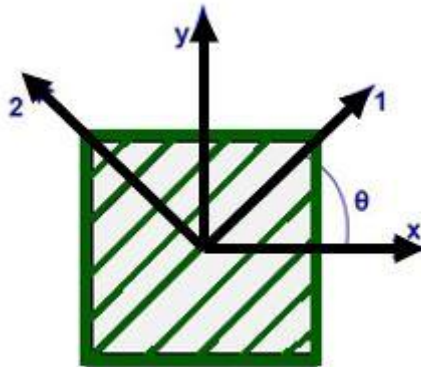
Al invertir el sistema, queda expresado en función de la matriz de rigidez [Q].

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

Siendo los valores de sus componentes como sigue:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{S_{22}}{S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_{21} \cdot \nu_{12}} & Q_{22} &= \frac{S_{11}}{S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} & Q_{66} &= \frac{1}{S_{66}} = G_{12} \\ Q_{12} &= \frac{-S_{12}}{S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2} = \frac{\nu_{21} E_1}{1 - \nu_{21} \nu_{12}} & Q_{21} &= \frac{-S_{21}}{S_{11} \cdot S_{22} - S_{12}^2} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} & Q_{12} &= Q_{21} \end{aligned}$$

Hasta ahora se ha tratado la lámina en sus propios ejes de referencia. Si se plantea la condición de que dichos ejes no coincidan con unos ejes de referencia que podrían ser los del laminado en general, se necesita hacer un cambio de base y recalcular las matrices de rigidez y flexibilidad.



**Figura 24. Relación entre ejes de referencia.**

Se supone un sistema de coordenadas (cuyos ejes se llaman x e y) respecto al cual, los ejes de la lámina (denotados como 1 y 2) están girados un ángulo  $\theta$  tal como se muestra en la figura. El sentido positivo del giro  $\theta$  es el antihorario.

Para hacer el cambio de base y las correcciones que implica pasar a las ecuaciones en los nuevos ejes de referencia, hace falta utilizar unos parámetros auxiliares como  $m$ ,  $n$ , y las matrices [T] y [R].



$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2 \cdot m \cdot n \\ n^2 & m^2 & -2 \cdot m \cdot n \\ -m \cdot n & m \cdot n & (m^2 - n^2) \end{bmatrix} \quad m = \cos\theta \quad n = \sin\theta \quad [R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Entonces, la operación para obtener el nuevo sistema es:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [R]^{-1} \cdot [T] \cdot [R] \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \overline{Q_{xx}} & \overline{Q_{xy}} & \overline{Q_{xs}} \\ \overline{Q_{yx}} & \overline{Q_{yy}} & \overline{Q_{ys}} \\ \overline{Q_{sx}} & \overline{Q_{sy}} & \overline{Q_{ss}} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de rigidez } [\bar{Q}]} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Los componentes de la matriz  $[\bar{Q}]$  tienen los valores:

$$\overline{Q_{xx}} = Q_{11} \cdot m^4 + 2 \cdot (Q_{12} + 2 \cdot Q_{66}) \cdot n^2 \cdot m^2 + Q_{22} \cdot n^4 = \frac{E_x}{1 - \nu_{yx} \cdot \nu_{xy}}$$

$$\overline{Q_{xy}} = (Q_{11} + Q_{22} - 4 \cdot Q_{66}) \cdot n^2 \cdot m^2 + Q_{12} \cdot (n^4 + m^4) = \frac{\nu_{xy} \cdot E_x}{1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}} = \frac{\nu_{yx} \cdot E_y}{1 - \nu_{yx} \cdot \nu_{xy}} = \overline{Q_{yx}}$$

$$\overline{Q_{yy}} = Q_{11} \cdot n^4 + 2 \cdot (Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot n^2 \cdot m^2 + Q_{22} \cdot m^4 = \frac{E_y}{1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}}$$

$$\begin{aligned} \overline{Q_{xs}} &= \overline{Q_{sx}} = (Q_{11} - Q_{22} - 2 \cdot Q_{66}) \cdot n \cdot m^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2 \cdot Q_{66}) \cdot n^3 \cdot m \\ \overline{Q_{ys}} &= \overline{Q_{sy}} = (Q_{11} - Q_{22} - 2 \cdot Q_{66}) \cdot n^3 \cdot m + (Q_{12} - Q_{22} + 2 \cdot Q_{66}) \cdot n \cdot m^3 \\ \overline{Q_{ss}} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2 \cdot Q_{12} - 2 \cdot Q_{66}) \cdot n^2 \cdot m^2 + Q_{66}(n^4 + m^4) = G_{xy} \end{aligned} \quad \begin{matrix} \searrow \\ \nearrow \end{matrix} \quad \overline{Q_{xs}} = \overline{Q_{ys}}$$

En los casos particulares (y frecuentes) que siguen, se simplifica la obtención de los valores de la matriz. En caso de:

$$\theta = 90^\circ \quad \overline{Q_{xx}} = Q_{22} \quad \overline{Q_{yy}} = Q_{11} \quad \overline{Q_{xy}} = Q_{12} = Q_{21} = \overline{Q_{yx}} \\ \overline{Q_{xs}} = \overline{Q_{sx}} = 0 \quad \overline{Q_{ys}} = \overline{Q_{sy}} = 0 \quad \overline{Q_{ss}} = Q_{66}$$

$$\theta = 45^\circ \quad \overline{Q_{xx}} = \overline{Q_{yy}} = M + Q_{66} \quad \overline{Q_{66}} = M - Q_{12} \quad \overline{Q_{xs}} = \overline{Q_{sx}} = \overline{Q_{ys}} = \overline{Q_{sy}} = \pm N \\ \overline{Q_{xy}} = \overline{Q_{yx}} = M - Q_{66}$$

$$\text{Siendo:} \quad M = \frac{Q_{11} + Q_{22}}{4} + \frac{Q_{12}}{2} \quad N = \frac{Q_{11} - Q_{22}}{4}$$

Los datos obtenidos permiten calcular las constantes elásticas aparentes de la lámina entera: los parámetros  $E_x, E_y, G_{xy}, \nu_{xy}, \nu_{yx}$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_x} &= \frac{1}{E_1} \cdot m^4 + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2 \cdot \nu_{12}}{E_1} \right) \cdot n^2 \cdot m^2 + \frac{1}{E_2} \cdot n^4 = S_{11} \cdot m^4 + (2 \cdot S_{12} + S_{66}) \cdot n^2 \cdot m^2 + S_{22} \cdot n^4 \\ &= \overline{S_{xx}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E_y} &= \frac{1}{E_1} \cdot n^4 + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2 \cdot v_{12}}{E_1} \right) \cdot n^2 \cdot m^2 + \frac{1}{E_2} \cdot m^4 = S_{11} \cdot n^4 + (2 \cdot S_{12} + S_{66}) \cdot n^2 \cdot m^2 + S_{22} \cdot m^4 \\ &= \overline{S_{yy}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{G_{xy}} &= 2 \cdot \left( \frac{2}{E_1} + \frac{2}{E_2} + \frac{4 \cdot v_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \cdot n^2 \cdot m^2 + \frac{1}{G_{12}} (n^4 + m^4) = \\ &= 2 \cdot (2 \cdot S_{11} + 2 \cdot S_{22} - 4 \cdot S_{12} - S_{66}) \cdot n^2 \cdot m^2 + S_{66} \cdot (n^4 + m^4) = \overline{S_{ss}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_{xy} &= E_x \cdot \left[ \frac{v_{12}}{E_1} \cdot (n^4 + m^4) - \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right) \cdot n^2 \cdot m^2 \right] = \\ &= -E_x \cdot [S_{12} \cdot (n^4 + m^4) + (S_{11} + S_{22} - S_{66}) \cdot n^2 \cdot m^2] = -E_x \cdot \overline{S_{12}}\end{aligned}$$

$$v_{yx} = v_{xy} \cdot \frac{E_x}{E_y}$$

$$\begin{aligned}m_x &= E_1 \cdot \left[ \left( \frac{-2}{E_1} - \frac{2 \cdot v_{12}}{E_1} + \frac{1}{G_{12}} \right) \cdot n \cdot m^3 + \left( \frac{2}{E_2} + \frac{2 \cdot v_{12}}{E_1} + \frac{1}{G_{12}} \right) \cdot n^3 \cdot m \right] = \\ &= -E_1 \cdot [(S_{11} - 2 \cdot S_{12} - S_{66}) \cdot n \cdot m^3 - (2 \cdot S_{22} - 2 \cdot S_{12} - S_{66}) \cdot n^3 \cdot m] = -\overline{S_{16}} \cdot E_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m_y &= E_1 \cdot \left[ \left( \frac{-2}{E_1} - \frac{2 \cdot v_{12}}{E_1} + \frac{1}{G_{12}} \right) \cdot n^3 \cdot m + \left( \frac{2}{E_2} + \frac{2 \cdot v_{12}}{E_1} + \frac{1}{G_{12}} \right) \cdot n \cdot m^3 \right] = \\ &= -E_1 \cdot [(S_{11} - 2 \cdot S_{12} - S_{66}) \cdot n^3 \cdot m - (2 \cdot S_{22} - 2 \cdot S_{12} - S_{66}) \cdot n \cdot m^3] = -\overline{S_{26}} \cdot E_1\end{aligned}$$

Mediante las ecuaciones anteriores se puede reconstruir el sistema en términos de la nueva matriz de flexibilidad.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{S_{xx}} & \overline{S_{xy}} & \overline{S_{xs}} \\ \overline{S_{yx}} & \overline{S_{yy}} & \overline{S_{ys}} \\ \overline{S_{sx}} & \overline{S_{sy}} & \overline{S_{ss}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad [\overline{S}] = \begin{bmatrix} 1/E_x & -v_{xy}/E_x & -m_x/E_1 \\ -v_{xy}/E_x & 1/E_y & -m_y/E_1 \\ -m_x/E_1 & -m_y/E_1 & 1/G_{xy} \end{bmatrix}$$

### 5.6.3. Macromecánica del laminado

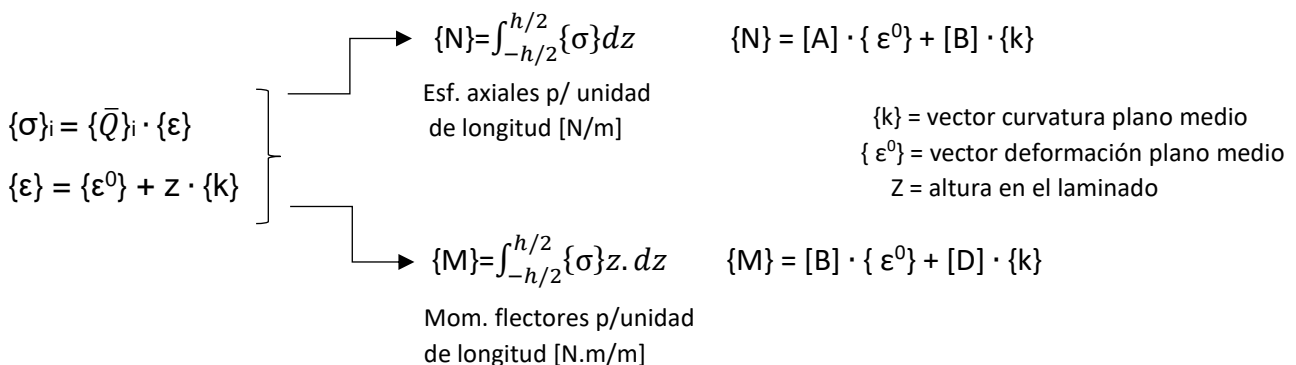
A continuación, se realiza el estudio del comportamiento del laminado como un todo, siguiendo la Teoría Clásica de Laminado que se explica en la bibliografía [80] [82] [83] [84]. Esta herramienta permite mejorar el diseño, ya que, como se verá, al poder analizar el conjunto de láminas completo, aparecen las interacciones entre ellas, y se puede adaptar mejor su configuración para minimizarlas o maximizarlas, dependiendo del uso que se le va a dar, y los requisitos que debe satisfacer.

La aplicación de esta metodología exige la satisfacción de un conjunto de hipótesis de estudio:

- cada una de las láminas se considera un material cuasi-homogéneo y ortótropo;
- las láminas tienen un comportamiento lineal hasta rotura;
- las láminas están perfectamente unidas entre sí;
- los desplazamientos y sus derivadas son pequeños;
- se verifica la hipótesis de Kirchhoff:
  - o una sección normal al plano medio del laminado permanece plana y normal a la superficie media deformada:  $\gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$
  - o el laminado no cambia de espesor:  $\varepsilon_z = 0$
  - o se puede expresar el desplazamiento de cada punto del laminado en función de los desplazamientos del plano medio y de las rotaciones de la sección del laminado
- tanto el laminado como todas sus láminas se encuentran en estado de tensión plana.

Sobre esta última condición debe aclararse que hay un conjunto de situaciones en las que la hipótesis de tensión plana no es aplicable. Las más importantes son: bordes libres, laminados de espesor variable, uniones adhesivas y placas rigidizadas.

El siguiente esquema muestra la relación entre los esfuerzos (que pueden provenir de cargas axiales o flectoras) y los desplazamientos (por deformaciones del plano medio y la curvatura de dicho plano).



Se aprecia que ahora en los sistemas de ecuaciones aparecen tres nuevas matrices. Puede demostrarse que cada una de ellas tiene un efecto de acoplamiento entre esfuerzos y desplazamientos. Esto sucede por las diferencias de rigidez que existen entre las láminas que componen el laminado. Bajo unas cargas determinadas, la unión adhesiva entre capas

las fuerza a seguir la misma deformación, pero el tener diferentes propiedades elásticas entre ellas, se generan reacciones “parásitas”. Las matrices [A], [B] y [D] reflejan esas influencias mutuas entre las capas del laminado.

Matriz de rigidez plana [A]

$$[A] = \int_{-h/2}^{h/2} [\bar{Q}]_i \cdot d_z = \sum_i^N \int_{z_{i-1}}^{z_i} [\bar{Q}]_i \cdot d_z = \sum_i^N [\bar{Q}]_i \cdot h_i \quad [A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{1s} \\ A_{21} & A_{22} & A_{2s} \\ A_{s1} & A_{s2} & A_{ss} \end{bmatrix}$$

Relaciona los esfuerzos de membrana con las deformaciones planas.

- Es independiente de la secuencia de apilamiento.
- Si  $A_{1s} \neq 0$  y  $A_{2s} \neq 0$ , existe acoplamiento entre esfuerzos de tracción-compresión y de cortadura.

Matriz de rigidez de acoplamiento [B]

$$[B] = \int_{-h/2}^{h/2} [\bar{Q}]_i \cdot z d_z = \sum_i^N \int_{z_{i-1}}^{z_i} [\bar{Q}]_i \cdot z d_z = \frac{1}{2} \sum_i^N [\bar{Q}]_i \cdot (z_i^3 - z_{i-1}^3) \quad [B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{1s} \\ B_{21} & B_{22} & B_{2s} \\ B_{s1} & B_{s2} & B_{ss} \end{bmatrix}$$

Relaciona los momentos con las curvaturas.

- Es dependiente de la secuencia de apilamiento.
- Si  $B_{1s} \neq 0$  y  $B_{2s} \neq 0$ , existe acoplamiento entre tracción y torsión.

Matriz de rigidez a flexión [D]

$$[D] = \int_{-h/2}^{h/2} [\bar{Q}]_i \cdot z^2 d_z = \sum_i^N \int_{z_{i-1}}^{z_i} [\bar{Q}]_i \cdot z^2 d_z = \frac{1}{3} \sum_i^N [\bar{Q}]_i \cdot (z_i^3 - z_{i-1}^3) \quad [D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{1s} \\ D_{21} & D_{22} & D_{2s} \\ D_{s1} & D_{s2} & D_{ss} \end{bmatrix}$$

Relaciona los momentos con las curvaturas.

- Es fuertemente dependiente de la secuencia de apilamiento.
- Si  $D_{1s} \neq 0$  y  $D_{2s} \neq 0$ , existe acoplamiento entre flexión y torsión.

Al final, las ecuaciones anteriores pueden reunirse, y en su versión expandida, el sistema general de ecuaciones constitutivas del laminado tiene la siguiente forma.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{s1} & B_{11} & B_{12} & B_{1s} \\ A_{21} & A_{22} & A_{s2} & B_{21} & B_{22} & B_{2s} \\ A_{s1} & A_{s2} & A_{ss} & B_{s1} & B_{s2} & B_{ss} \\ B_{11} & B_{12} & B_{1s} & D_{11} & D_{12} & D_{1s} \\ B_{21} & B_{22} & B_{2s} & D_{21} & D_{22} & D_{2s} \\ B_{s1} & B_{s2} & B_{ss} & D_{s1} & D_{s2} & D_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}$$

### 5.6.3.1. Características de los laminados

Prácticamente cualquier aplicación en la que vayan a ser usados materiales compuestos tendrá que emplear varias láminas; una sola lámina tiene propiedades muy anisotrópicas, y además, es demasiado fina (los espesores de láminas individuales suelen rondar las fracciones del milímetro). Como se señaló en el apartado anterior, las diferencias que existen entre las capas de un laminado hacen que, bajo el efecto de cargas, se generen efectos parásitos. Esto dificulta el análisis de un laminado, al añadir complejidad. Sin embargo, estos efectos también pueden ser beneficiosos, dependiendo del uso que se vaya a hacer del material, y pueden ser buscados.

Las clases de acoplamientos que pueden suceder en un laminado encuentran reflejo en componentes de las matrices del sistema de ecuaciones constitutivas de dicho laminado. Así es como se manifiestan:

- $A_{1S}$  y  $A_{2S}$  acoplan fuerzas normales en el plano con deformaciones tangenciales en el plano medio, y fuerzas tangenciales con deformaciones normales en el plano medio.
- $B_{11}$ ,  $B_{12}$  y  $B_{22}$  acoplan fuerzas normales en el plano con curvaturas por flexión, y momentos flectores con deformaciones normales del plano medio.
- $B_{1S}$  y  $B_{2S}$  acoplan fuerzas normales en el plano con curvaturas por torsión, y momentos torsores con deformaciones normales del plano medio.
- $B_{SS}$  acopla fuerzas de cizalladura en el plano con curvaturas de torsión, y momentos torsores con deformaciones tangenciales del plano medio.
- $D_{1S}$  y  $D_{2S}$  Acoplan momentos flectores con curvaturas de torsión y momentos torsores con deformaciones de flexión.

Dependiendo de la configuración del laminado, algunos de estos acoplamientos pueden ser eliminados, o al menos minimizados. En algún uso particular, sin embargo, puede interesar potenciar alguno de estos efectos. Algunas prácticas se revelan beneficiosas a la hora de abordar el diseño de un laminado, y se recopilan a continuación como una serie de consejos para facilitar la tarea.

En general, conseguir que la matriz  $[B]$  sea nula simplifica mucho el problema, al eliminar numerosos acoplamientos. La simetría en un laminado consigue reducir dicha matriz a cero. Dicha simetría se consigue al configurar el laminado de tal forma que, para cada lámina con una orientación de ángulo  $+\theta$  que haya por encima del plano medio, exista otra lámina idéntica en espesor y material y de orientación también  $+\theta$ , a la misma distancia del plano medio, pero por debajo.

Si por cada lámina de orientación  $+\theta$  hay una lámina idéntica en material y espesor, sin importar su ubicación, con orientación  $-\theta$ , el acoplamiento entre tensiones normales y

deformaciones tangenciales (representado por  $A_{1s}$  y  $A_{2s}$  en la matriz  $[A]$ ) en el laminado es nulo.

Si para cualquier lámina de orientación  $+\theta$  por encima del plano medio hay una lámina idéntica en espesor y material de orientación  $-\theta$  a la misma distancia bajo el plano medio, el acoplamiento entre momento flector y curvatura de torsión (representado por  $D_{1s}$  y  $D_{2s}$  en la matriz  $[D]$ ) en el laminado es cero. En un laminado simétrico,  $D_{1s}$  y  $D_{2s}$  sólo podrían ser nulos si  $\theta$  valiese  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .

Es necesario minimizar el agrupamiento de láminas con la misma orientación, y debería haber al menos 4 orientaciones distintas, con un mínimo del 10% de cada orientación; asimismo, las orientaciones deben seleccionarse de manera que algunas alineen las fibras con las direcciones principales del laminado.

Es recomendable alternar láminas con orientaciones a  $+\theta$  y  $-\theta$  para reducir el acoplamiento flexión-torsión. En lo posible, deben emplearse laminados equilibrados simétricos para aumentar su estabilidad dimensional. Si no es posible, se debe construir el laminado con la asimetría lo más cerca posible del plano medio.

Se debe reducir las diferencias en el coeficiente de Poisson entre láminas adyacentes.

Deben evitarse secuencias de apilamiento que generen tensiones interlaminares elevadas en los bordes libres. No deben colocarse láminas con orientaciones perpendiculares al borde. Y, si es posible, las láminas con orientaciones en las direcciones principales del estado tensional deben estar protegidas de la superficie del laminado.

### **5.6.3.2. Tipos de laminados**

A continuación, se enumeran los principales tipos de laminados, y se comentan sus principales características.

#### *Laminados unidireccionales*

En un laminado unidireccional, los ángulos de orientación de las fibras son idénticos en todas las láminas. Por ejemplo: en un laminado unidireccional a  $0^\circ$ , en todas las láminas se da que  $\theta = 0^\circ$ .

#### *Laminados simétricos*

Un laminado es simétrico si por cada lámina que existe a un lado del plano medio, existe otra a la misma distancia del otro lado con las mismas características – espesor, orientación y propiedades elásticas, lo cual significa también la misma matriz reducida de rigidez. De ese modo, la orientación de las capas es simétrica respecto del plano medio del laminado. Se puede expresar como:  $\theta(z) = \theta(-z)$ .

En el caso de laminados simétricos no existe acoplamiento entre estiramiento y flexión (su matriz  $[B]$  es nula). Por ello, su comportamiento es más fácil de analizar que el de los que tienen dicho acoplamiento. Los términos de fuerza y de momento están desacoplados. Por

lo tanto, si un laminado se somete sólo a fuerzas, tendrá curvaturas nulas en el plano medio. Del mismo modo, si se somete sólo a momentos, tendrá deformaciones nulas en el plano medio. Además, los laminados simétricos no tienen la tendencia al alabeo que resulta de las contracciones térmicas inducidas durante los procesos de curado y enfriamiento de los laminados desde las temperaturas de procesamiento y las fluctuaciones de temperatura durante su uso, como en una nave espacial, etc.

De este modo, los laminados simétricos se usan con gran frecuencia, salvo que alguna condición específica requiera un laminado no simétrico. Por ejemplo, un laminado usado como escudo térmico y expuesto a una fuente de calor en una sola de sus caras será diseñada como una estructura no simétrica.

### *Laminados simétricos (equi)angulares*

En un laminado simétrico angular las orientaciones de la fibra en las láminas se disponen a  $\pm\theta$  de la dirección principal 1. Un laminado simétrico angular también tiene propiedades elásticas ortotrópicas.

### *Laminado de láminas en ángulo (angle-ply laminate)*

Un laminado se denomina laminado de láminas en ángulo si tiene láminas del mismo material y espesor y orientadas sólo en las direcciones  $+\theta$  y  $-\theta$ . Si el laminado tiene un número par de láminas, entonces  $A_{1s} = A_{2s} = 0$ . Sin embargo, si el número de láminas es impar y consiste en alternar láminas  $+\theta$  y  $-\theta$ , entonces el laminado es simétrico, con lo que  $[B] = 0$ , y  $A_{1s}$ ,  $A_{2s}$ ,  $D_{1s}$  y  $D_{2s}$  también se vuelven pequeños cuando el número de láminas aumenta, para el mismo espesor del laminado. Este comportamiento es similar al de los laminados de láminas cruzadas. Sin embargo, estos laminados de lámina en ángulo tienen una mayor rigidez a cortadura y las propiedades de resistencia a corte que los laminados de láminas cruzadas.

### *Laminado de láminas en ángulo (simétrico)*

Por ser simétrico, no hay acoplamiento entre estiramiento y flexión. Los componentes de las matrices  $[A]$  y  $[D]$  son independientes del número de láminas, excepto  $A_{1s}$  y  $A_{2s}$  - su acoplamiento entre axil y cortadura es inversamente proporcional al número de capas - y  $D_{1s}$  y  $D_{2s}$  - su acoplamiento entre flexión y torsión también es inversamente proporcional al número de capas.

### *Laminado de láminas en ángulo (antisimétrico)*

En estos laminados, las componentes de la rigidez plana  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{ss}$  y las componentes de la rigidez a flexión  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $D_{22}$ ,  $D_{ss}$  son independientes del número de capas. En cambio, no hay acoplamiento entre axiales y cortadura ( $A_{1s} = A_{2s} = 0$ ) ni acoplamiento entre flexión y torsión ( $D_{1s} = D_{2s} = 0$ ). Sin embargo, sí muestran acoplamiento entre axiales y torsión, y entre cortadura y torsión. Estos acoplamientos disminuyen conforme aumenta el número de capas ( $B_{1s}$  y  $B_{2s}$  son inversamente proporcionales al número de láminas).

### *Laminados de láminas cruzadas (cross-ply laminate)*

Un laminado de láminas cruzadas (también denominado laminado con capas especialmente ortotrópicas) está constituido de capas cuyas direcciones principales están orientadas alternativamente a  $0^\circ$  o  $90^\circ$  respecto a las direcciones de referencia del laminado.

Para los laminados de láminas cruzadas, se tiene que:  $A_{1s} = 0$ ,  $A_{2s} = 0$ ,  $B_{1s} = 0$ ,  $B_{2s} = 0$ ,  $D_{1s} = 0$  y  $D_{2s} = 0$ . En este caso, se produce desacoplamiento entre las fuerzas normal y cortante, así como entre los momentos de flexión y de torsión.

### *Laminados cruzados simétricos*

El laminado de láminas cruzadas tiene propiedades elásticas ortotrópicas puesto que hay tres planos de simetría del material perpendiculares entre sí.

En estos laminados (los cuales tienen un número impar de láminas), los términos  $B_{ij} = 0$ , de acuerdo con las propiedades de los laminados simétricos. Los laminados cruzados parecen no tener acoplamiento entre tracción y flexión, tracción y cortante ni flexión y torsión. Así, el comportamiento de un laminado cruzado simétrico es idéntico al de una placa ortotrópica en relación con sus direcciones principales.

### *Laminados cruzados antisimétricos*

En este caso (que tiene un número par de capas), los laminados sólo tienen acoplamiento entre tracción y flexión. Este acoplamiento disminuye rápidamente conforme aumenta el número de capas.

### *Laminados antisimétricos*

Un laminado es antisimétrico cuando el material y el espesor de las láminas son las mismas por encima y por debajo del plano medio, pero las orientaciones de las láminas a la misma distancia por encima y por debajo del plano medio son negativas unas con otras. Entonces, dos láminas con coordenadas  $z$  simétricas tienen coordenadas opuestas ( $z_k$  y  $-z_k$ ), el mismo espesor, y orientaciones  $\theta$  y  $-\theta$  respecto a los ejes de referencia del laminado. Los términos de acoplamiento de la matriz de rigidez extensional,  $A_{1s} = A_{2s} = 0$ , y los términos de acoplamiento de la matriz de rigidez a flexión,  $D_{1s} = D_{2s} = 0$ .

Los laminados simétricos se usan para evitar el acoplamiento entre estiramiento y flexión. En cambio, ciertas aplicaciones requieren el uso de laminados no simétricos. Por ejemplo, el acoplamiento entre estiramiento y flexión puede ser necesario en el diseño de una turbina con álabes que tengan un perfil combado. También, en el caso en que se investigue la rigidez bajo cortadura, es necesario tener capas con diferentes orientaciones.

Los laminados antisimétricos tienen un acoplamiento entre estiramiento y torsión, que resulta de los términos  $B_{1s}$  y  $B_{2s}$ .

### *Laminado equilibrado o balanceado*

Un laminado está balanceado si las láminas en ángulos distintos de  $0$  y  $90^\circ$  sólo se producen



como pares positivos y negativos de  $+\theta$  y  $-\theta$ . Los pares positivos y negativos no es necesario que sean adyacentes los unos con los otros, pero el espesor y el material de las parejas es necesario que sean las mismas. En este caso, los términos  $A_{1s} = A_{2s} = 0$ .

Si por cada lámina de orientación  $+\theta$  hay una lámina idéntica en material y espesor, con orientación  $-\theta$ , el acoplamiento entre tensiones normales y deformaciones tangenciales (representado por  $A_{1s}$  y  $A_{2s}$  en la matriz  $[A]$ ) en el laminado es nulo. La ubicación de dichas láminas es arbitraria. Tal laminado se denomina balanceado. Se puede conseguir, dependiendo de la posición de las láminas, un laminado que sea a la vez balanceado y simétrico, con lo que además la matriz  $[B] = 0$ .

#### *Laminado cuasi-isotrópico*

Un laminado cuasi-isotrópico está formado por tres o más láminas de idéntico espesor y material, con ángulos iguales entre láminas adyacentes. Así, si el número total de láminas es  $n$ , los ángulos de orientación de las láminas se dan en incrementos de  $\pi/n$ . El laminado resultante exhibe un resultado elástico isotrópico en el plano  $xy$ . Sin embargo, sus propiedades resistentes todavía pueden variar con la dirección de la carga.

Un laminado se llama cuasi-isotrópico si su matriz de rigidez extensional  $[A]$  se comporta como la de un material isotrópico. Esto implica no sólo que  $A_{11} = A_{22}$ ,  $A_{1s} = A_{2s} = 0$  y  $A_{ss} = (A_{11} - A_{22})/2$ , sino también que estas rigideces sean independientes del ángulo de rotación del laminado. La razón para llamar a un laminado cuasi-isotrópico y no isotrópico es que las otras matrices de rigidez,  $[B]$  y  $[D]$ , pueden no comportarse como las de los materiales isotrópicos.

#### *Laminado cuasi-ortotrópico (especialmente ortotrópico)*

Son laminados hechos con láminas ortotrópicas que tienen sus direcciones principales alineadas con los ejes del laminado. Además de la ausencia de acoplamiento entre tracción y flexión, el laminado también carece de acoplamiento entre tracción y cortadura, y entre flexión y torsión. Su comportamiento es similar al de una única lámina ortotrópica en sus direcciones principales.

### **5.6.4. Elección de laminado para simulación**

El conjunto de piezas sobre el que se realiza este estudio no está destinado a soportar grandes cargas, al no tener una función estructural. Tampoco estará sometido a solicitaciones térmicas importantes. Por ello, optimizar la secuencia de apilado quizá no sea tan determinante en este caso como en muchos otros. Aun así, se ha querido evitar acoplamientos en la medida de lo posible, para así tener un laminado estable, sobre todo teniendo en cuenta que será muy fino.

Respecto al espesor del laminado, se ha querido que fuese significativamente menor que el de la pieza fabricada con el material original, que rondaba entre los 2 mm y los 3 mm. La

densidad del material original, el polímero PETg, es  $\rho_{PETg} = 1270 \text{ kg/m}^3$ . La densidad del laminado GFRP, en cambio, se calculó como  $\rho_{GFRP} = 1900 \text{ kg/m}^3$ . Como el objetivo principal de este estudio es reducir el peso de las piezas, y dado que el material de reemplazo es incluso más denso que el original, forzosamente hay que disminuir el volumen de las piezas. Dado que la geometría general de la pieza no está sujeta a cambios, la alternativa es disminuir el espesor de forma notable. Se analizaron diferentes alternativas para llevar el espesor alrededor de 1,5 mm, como máximo. Se considera que, para una primera aproximación, un espesor menor podría ser arriesgado. Estas hipótesis quedarán mejor aclaradas tras las simulaciones.

Teniendo en cuenta lo comentado en los apartados previos, se ha tratado de que el laminado siga criterios típicos de la optimización de laminados, a saber: que sea simétrico y balanceado. A continuación, se recordarán las ventajas que ello proporciona.

Para que el laminado sea simétrico, debe haber a cada lado del plano medio del laminado una lámina idéntica en espesor, material y orientación. La ventaja que produce la simetría es que la matriz [B] se vuelve nula. Ello implica eliminar los siguientes acoplamientos:

- $B_{11} = B_{12} = B_{22} = 0$  : desacoplamiento entre fuerzas axiales y curvaturas de flexión, y entre momentos flectores y deformaciones longitudinales;
- $B_{1s} = B_{2s} = 0$  : desacoplamiento entre fuerzas axiales y curvaturas de torsión, y entre momentos torsores y deformaciones longitudinales;
- $B_{ss} = 0$  : desacoplamiento entre fuerzas de cortadura y curvaturas de torsión, y entre momentos torsores y deformaciones tangenciales.

Para conseguir que el laminado sea también equilibrado, por cada lámina en un ángulo  $+\theta$  debe haber otra de igual material y espesor con una orientación  $-\theta$ , sin importar la ubicación en el apilado. La consecuencia es:

- $A_{1s} = A_{2s} = 0$  : desacoplamiento entre fuerzas axiales y deformaciones tangenciales, y entre fuerzas cortantes y deformaciones axiales.

Tras un análisis de alternativas, se seleccionó un laminado que, efectivamente, es simétrico y equilibrado. Se enumeran a continuación las láminas según su orientación, desde la superior hasta la inferior:

$$\theta = 0^\circ \quad \theta = +45^\circ \quad \theta = -45^\circ \quad \theta = 90^\circ \quad \theta = -45^\circ \quad \theta = +45^\circ \quad \theta = 0^\circ$$

En la notación habitual para apilados, nuestra elección puede escribirse de las siguientes maneras:

$$[ 0 / +45 / -45 / 90 / -45 / +45 / 0 ] \quad [ 0 / \pm 45 / \overline{90} ]_s$$

Hemos asumido un valor común para el espesor de una sola lámina:  $e_{capa} = 0,2 \text{ mm}$ .

En consecuencia, el laminado completo, que consta de 7 láminas, tendrá un espesor total de valor:  $e_{lam} = e_{capa} \cdot 7 = 0,2 \text{ mm} \cdot 7 = 1,4 \text{ mm}$ .

Por lo tanto, ha quedado definido el laminado que se va a utilizar en la simulación.

### 5.6.5. Criterios de fallo del laminado

Al realizar el análisis de simulación, se aplicarán dos de los criterios de fallo más utilizados: el criterio de Tsai-Hill y el de Tsai-Wu. Ambos criterios se enfocan en el fallo de una lámina individual.

Estos criterios están disponibles para su aplicación en ANSYS, donde la interfaz lo muestra como un índice. El que se ha seleccionado para representar los resultados se llama “Inverse Reserve Factor”, o IRF.

$$IRF = \frac{\text{Tensión máxima}}{\text{Resistencia última}} \quad IRF \geq 1 \rightarrow \text{Fallo} \quad IRF < 1 \rightarrow \text{Seguro}$$

#### *Criterio de Tsai-Hill*

El criterio de Tsai-Hill es un criterio interactivo, lo que significa que se tienen en cuenta las interacciones de las tensiones. El objetivo de este enfoque es permitir el hecho de que las cargas de fallo existentes en un material, cuando está presente un estado de tensión multiaxial, pueden diferir de las que existen cuando sólo actúa una tensión uniaxial.

Este criterio de fallo se basa en la teoría de fallo de la distorsión de energía de Von Mises. El criterio de los materiales isotrópicos es aplicado a los materiales anisotrópicos. La energía de deformación en un cuerpo se compone de dos partes: una debida a un cambio en el volumen, que se denomina energía de dilatación y la segunda se debe a un cambio en la forma y se denomina energía de distorsión. Se trabaja con la hipótesis de que el material falla sólo cuando la energía de distorsión es mayor que la energía de distorsión de fallo del material. Hill adoptó el criterio de la energía de distorsión de Von Mises para los materiales anisotrópicos. Entonces, Tsai adaptó lo anterior a una lámina unidireccional.

Responde a la siguiente expresión <sup>[87]</sup>:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{X^2} \sigma_1^2 + \frac{1}{Y^2} \sigma_2^2 + \frac{1}{Z^2} \sigma_3^2 - \left( \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \right) \sigma_1 \sigma_2 \\ & - \left( \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \right) \sigma_1 \sigma_3 - \left( \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \right) \sigma_2 \sigma_3 \\ & + \frac{1}{S_{YZ}^2} \tau_{23}^2 + \frac{1}{S_{XZ}^2} \tau_{13}^2 + \frac{1}{S^2} \tau_{12}^2 = 1 \end{aligned}$$

Para una lámina unidireccional trabajando una tensión plana

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1$$

El criterio de Tsai-Hill tiene algunas limitaciones importantes:

- No considera que la Resistencia Mecánica a tracción pueda ser diferente a compresión.
- Asume que bajo un estado hidrostático no se produce la plastificación.

### *Criterio de Tsai-Wu*

Este criterio de fallo parte de la teoría de fallo de la energía total de deformación de Beltrami, aplicándola a una lámina sometida a un estado tensional plano. Se propone entonces que una lámina sufre fallo si no se satisface la ecuación <sup>[84]</sup>:

$$F_1\sigma_{11} + F_2\sigma_{22} + F_6\tau_{12} + F_{11}\sigma_{11}^2 + F_{22}\sigma_{22}^2 + 2F_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} + F_{66}\tau_{12}^2 < 1$$

Los parámetros  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_6$ ,  $F_{11}$ ,  $F_{22}$ , y  $F_{66}$  pueden calcularse, pero el parámetro  $F_{12}$  debe hallarse experimentalmente.

Este criterio de fallo es más general que el de Tsai-Hill, porque permite diferenciar, para la lámina, entre resistencia a tracción y a compresión.

## 6. ANÁLISIS MODAL

Aunque el análisis que se efectuará en este trabajo será principalmente estático, se llevará a cabo el más fundamental de los tipos de análisis dinámicos, un análisis modal de suma simpleza, para identificar los principales modos y frecuencias de vibración del sistema, y realizar algunas reflexiones al respecto.

Como se decía antes, la técnica del análisis modal es utilizada para determinar las características vibratorias (es decir, las frecuencias naturales y las formas de los modos) de estructuras elásticas lineales. Se aprovecha que el modelo de este trabajo está en ese régimen para realizar el análisis.

El conocimiento extraído de un análisis modal permite diseñar un sistema para evitar vibraciones de resonancia (excitaciones a frecuencias iguales o cercanas a las frecuencias naturales del sistema, que hacen aumentar la amplitud de las oscilaciones) o, bien al contrario, diseñarlo para facilitar la vibración a cierta frecuencia deseada. También puede ayudar a los ingenieros a tener una mejor idea de cómo el diseño responderá a diferentes tipos de cargas dinámicas.

### 6.1. Valores y vectores propios

El procedimiento matemático general para obtener las características propias vibratorias del sistema se explica a continuación <sup>[88]</sup>.

En primer lugar, se asume que el sistema es elástico lineal, que no se incluyen no-linealidades, y que los desplazamientos son pequeños. El sistema puede tener restricciones al movimiento o no, y su comportamiento vibracional variará de acuerdo con ello.

La ecuación matricial del movimiento de un sistema de  $n$  grados de libertad es:

$$[M] \cdot \{\ddot{x}\} + [C] \cdot \{\dot{x}\} + [K] \cdot \{x\} = \{F\}$$

Siendo:

- $[M]$  la matriz de masa o inercia: una matriz de dimensiones  $n \times n$ ;
- $[C]$  la matriz de amortiguamiento: una matriz de dimensiones  $n \times n$ ;
- $[K]$  la matriz de rigidez: una matriz de dimensiones  $n \times n$ ;
- $\{F\}$  el vector de fuerzas actuando sobre el sistema: un vector de dimensiones  $n \times 1$ ;
- $\{x\}$ ,  $\{\dot{x}\}$  y  $\{\ddot{x}\}$  el vector de coordenadas y sus derivadas primera (velocidad) y segunda (aceleración), respectivamente: vectores de dimensiones  $n \times 1$ .

En el caso de vibración libre no amortiguada en un sistema elástico lineal:

- $[M]$  y  $[K]$  se suponen constantes y simétricas;
- $[C]$  y  $\{F\}$  se suponen nulos.

Por lo tanto, la ecuación anterior puede reducirse a:

$$[M] \cdot \{\ddot{x}\} + [K] \cdot \{x\} = \{0\}$$

Si se asume que el movimiento es armónico simple:

$$\{x\} = \{A\} \cdot \sin(\omega t + \phi) \quad \{\ddot{x}\} = -\omega^2 \cdot \{A\} \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

Siendo:

- $\{A\}$  el vector de amplitudes de las oscilaciones: vector de dimensiones  $n \times 1$ ;
- $\omega$  la frecuencia angular de oscilación, en  $rad/s$ ;
- $t$  el tiempo, en  $s$ ;
- $\phi$  el ángulo de fase, en  $rad$ .

Sustituyendo las ecuaciones de  $\{x\}$  y  $\{\ddot{x}\}$  en la ecuación reducida del sistema de vibración libre no amortiguada resulta:

$$-\omega^2 \cdot [M] \cdot \{A\} \cdot \sin(\omega t + \phi) + [K] \cdot \{A\} \cdot \sin(\omega t + \phi) = \{0\}$$

La ecuación puede simplificarse hasta:

$$[K] \cdot \{A\} - \omega^2 \cdot [M] \cdot \{A\} = \{0\}$$

La ecuación anterior suele llamarse “problema estándar de valores propios”, y puede ser considerada como un sistema de ecuaciones homogéneas en el vector de amplitudes  $\{A\}$ . A su vez, esta ecuación puede reescribirse de la siguiente forma:

$$[[K] - \omega^2 \cdot [M]] \cdot \{A\} = \{0\}$$

Esta igualdad puede solucionarse de manera trivial si  $\{A\} = \{0\}$ , lo cual implicaría que no existe vibración, al ser sus amplitudes nulas. Esta solución no es satisfactoria.

La otra opción para satisfacer la igualdad es que  $[[K] - \omega^2 \cdot [M]] = \{0\}$ . Para que el sistema tenga  $n$  soluciones, la matriz resultante de  $[[K] - \omega^2 \cdot [M]]$  debe ser singular, es decir, su determinante debe ser igual a cero:

$$\det([K] - \omega^2 \cdot [M]) = 0$$

La ecuación resultante de la condición anterior se denomina “ecuación característica”, y resulta un polinomio de grado  $n$  en  $\omega^2$ , por lo que el término de mayor orden en el polinomio es  $(\omega^2)^n$ . Las raíces de este polinomio, que se denotan como  $\omega^2_1, \omega^2_2, \dots, \omega^2_n$ , son llamados “valores característicos” o “valores propios” del sistema. Dichas raíces son todas reales y positivas, dado que las matrices  $[K]$  y  $[M]$  son definidas positivas.

Las raíces cuadradas de los valores propios,  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ , son denominadas “frecuencias naturales angulares” del sistema, con  $\omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \omega_n$ , siendo el valor  $\omega_1$  llamado “primera frecuencia natural” o “frecuencia fundamental” del sistema. Por lo tanto, un sistema de  $n$  grados de libertad posee  $n$  frecuencias naturales.

Conviene aclarar que una frecuencia natural angular  $\omega_i$  suele traducirse a la unidad en que se suele trabajar, y que se suele utilizar como entrada y salida de datos en los sistemas:

$\omega_i$  (en  $rad/s$ ) se traduce a  $f_i$  (en  $ciclos/s$ , o  $Hz$ ) por medio de la relación:  $\omega_i = 2 \cdot \pi \cdot f_i$

Asociado a cada valor propio  $\omega_i^2$  existe un vector de dimensión  $n \times 1$  llamado “vector característico” o “vector propio”  $\{A\}_i$ . Estos vectores pueden ser obtenidos a partir de la ecuación mencionada anteriormente, modificándola para el caso  $i$ :

$$[K] - \omega_i^2 \cdot [M] \cdot \{A\}_i = \{0\}$$

Así definido, queda un sistema homogéneo de ecuaciones algebraicas con una matriz de coeficientes,  $[K] - \omega_i^2 \cdot [M]$ , que es singular, ya que  $\omega_i^2$  es una de las raíces del polinomio mencionado antes.

Los vectores propios  $\{A\}_i$  resultantes son denominados “modos propios”, ya que representan la forma del modo, es decir, la forma que asumirá la estructura al vibrar a la frecuencia  $\omega_i$ .

Dichos modos propios son relativos, no absolutos. Esto quiere decir que lo importante no es el valor específico de sus componentes, sino la relación de valor entre ellos. Por ello, para una presentación más clara, y sin que se pierda significado ni información por ello, estos vectores suelen ser dados en forma normalizada:

- Bien con respecto a la masa:  $\{A\}_i^T \cdot [M] \cdot \{A\}_i = 1$
- Bien con respecto a la unidad, donde la mayor componente del vector  $\{A\}_i$  se fija a 1.

Por otra parte, como ya se comentó antes, la elección de las condiciones de contorno afectará a las frecuencias propias y los modos propios de vibración del sistema, por lo que es importante tener esto en cuenta para una representación más fidedigna del sistema en cuestión. Para empezar, si la estructura analizada no tiene fijación alguna, los primeros modos propios en aparecer serán los de un sólido rígido conforme a sus grados de libertad, a una frecuencia igual o cercana a los 0 Hz.

## **6.2. Factores de participación**

Los factores de participación miden la cantidad de masa que se mueve en una determinada dirección en un modo de vibración elegido. Un valor alto en una dirección indica que la estructura será excitada por fuerzas actuando en dicha dirección. Este tipo de datos ofrecen información sobre la respuesta del sistema a las vibraciones, y permite ajustar el diseño de acuerdo con ello.

Para una dirección determinada, el factor de participación  $\gamma_i$  de un modo de vibración  $i$  se calcula [89]:

$$\gamma_i = \frac{\{A\}_i^T \cdot [M] \cdot \{D\}}{\{A\}_i^T \cdot [M] \cdot \{A\}_i} = \frac{\{A\}_i^T \cdot [M] \cdot \{D\}}{M_r} = \{A\}_i^T \cdot [M] \cdot \{D\}$$

Siendo:

- $\{D\}$  un vector que representa un valor unitario en cada uno de los grados de libertad del sistema;
- $M_r$  es la masa modal generalizada, que se fija en un valor  $M_r = 1$  [90].

Los factores de participación suelen ser ofrecidos también como una ratio, tras ser todos los valores normalizados con respecto al de mayor valor.

### 6.3. Masas efectivas

La masa efectiva es la masa que está involucrada en el movimiento en una dirección dada, para un modo de vibración determinado. Su utilidad es similar a la de los factores de participación, ya que refleja una información similar, aunque con cantidades específicas.

Para una dirección determinada, la masa efectiva, denominada  $M_{ei}$ , de un modo de vibración  $i$  se calcula <sup>[89]</sup>:

$$M_{ei} = \{A\}_i^T \cdot [M] \cdot \{D\} \cdot \gamma_i$$

Teniendo en cuenta lo afirmado antes sobre la masa modal generalizada, que daba el valor de  $\gamma_i$ :

$$\gamma_i = \{A\}_i^T \cdot [M] \cdot \{D\} \rightarrow M_{ei} = \gamma_i^2$$

La suma de las masas efectivas de todos los  $n$  modos es igual a la masa total del sistema. De ello resulta que las masas efectivas son un medio para determinar el número de modos de vibración que serían necesarios para representar con precisión la respuesta vibratoria del sistema. Si la respuesta total del sistema se representa en términos de un pequeño número de modos de valor  $p$ , donde  $p \ll n$ , y si la suma de las  $p$  masas efectivas es mayor que un porcentaje predefinido de la masa total del sistema, entonces el número de modos  $p$  considerado en el análisis es adecuado. Sin embargo, si no es el caso, se debe considerar incluir más modos en el análisis. La ratio de masa efectiva sobre la masa total es útil para llegar a esta conclusión.



## **7. ELEMENTOS FINITOS**

El Método de Elementos Finitos es un método numérico que se puede aplicar a la resolución de diversos problemas de ingeniería. Consiste <sup>[91]</sup> <sup>[92]</sup> en subdividir un sólido – que estará sometido a un sistema de cargas y sufrirá restricciones por un conjunto de condiciones de contorno – en un número finito de partes de pequeño tamaño, denominadas “elementos”. El comportamiento de dichos elementos se especifica mediante unos parámetros asociados a ciertos puntos característicos llamados “nodos”. Estos nodos resultan ser los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes. Definiendo una matriz de rigidez o elasticidad para cada elemento se podrán obtener los desplazamientos en sus nodos. Sin embargo, ello no ofrece información de los desplazamientos en el interior de cada elemento. Para aproximar valores en esos puntos, el campo de desplazamientos en el interior de cada elemento puede ser expresado en función de los desplazamientos que sufren los nodos del elemento, por medio de las llamadas “funciones de interpolación” o “funciones de forma”. Una vez conocidos los desplazamientos, se pueden obtener las deformaciones, y de ellas, a través de las ecuaciones constitutivas, las tensiones.

Con este tipo de formulación, las incógnitas del problema dejan de ser funciones matemáticas y pasan a ser el valor de estas funciones en los nodos. Así, el problema se “discretiza”, al pasar el modelo de ser continuo a un conjunto de elementos discretos, cuyo ensamblaje produce el sistema completo. Ello implica que el problema no puede resolverse de forma exacta, sino que el método ofrece una aproximación, que será más precisa cuanto mayor sea el número de elementos en que se divida el modelo.

### **7.1. Fases del Método de Elementos Finitos**

Los pasos básicos para un análisis de elementos finitos se dividen en tres fases generales:

#### ***7.1.1. Fase de Preproceso.***

En esta fase se prepara el modelo antes de su resolución. Consta de diversas tareas <sup>[93]</sup>:

- Se subdivide el problema original y continuo en nodos y elementos.
- Se definen las ecuaciones de un elemento, incluyendo las funciones de forma.
- Se especifican las propiedades de los materiales que se utilizarán; ellas influirán en las matrices de rigidez de los elementos.
- Se ensamblan todos los elementos del modelo, vinculando los nodos de los elementos, y se construye la matriz de rigidez global del modelo.
- Se aplican las cargas y las condiciones de contorno al modelo

Desde el punto de vista del usuario de un programa de cálculo por elementos finitos, en esta etapa es cuando se seleccionan o definen los materiales en la librería de datos del programa, y donde se prepara la malla (que es como se conoce al conjunto de elementos y nodos del modelo). Ello se efectúa mediante la definición del tipo, distribución y tamaño de los elementos. Además, se seleccionan las condiciones de contorno, cargas y otras opciones que puedan influir en el resultado (masas puntuales, por ejemplo).

### **7.1.2. Fase de Cálculo.**

Es la etapa en la que se produce la resolución del conjunto de ecuaciones lineales (o no lineales). Los resultados serán desplazamientos en los nodos, a partir de los cuales se pueden calcular otros datos.

Para esta fase es importante definir una serie de aspectos, como el tipo de análisis que se va a realizar (si es en régimen estático, transitorio, etc.), y varios parámetros de cálculo (intervalos de tiempo, número de iteraciones, etc.). En la práctica, estos parámetros suelen ser especificados en los módulos de preproceso de las aplicaciones informáticas de elementos finitos.

### **7.1.3. Fase de Postproceso.**

En la fase de postproceso se representan los resultados, y se pueden obtener nuevos datos indirectamente, a partir de los resultados del cálculo (por ejemplo, deformaciones, tensiones, flujos de calor, etc.).

## **7.2. Simulación con ANSYS**

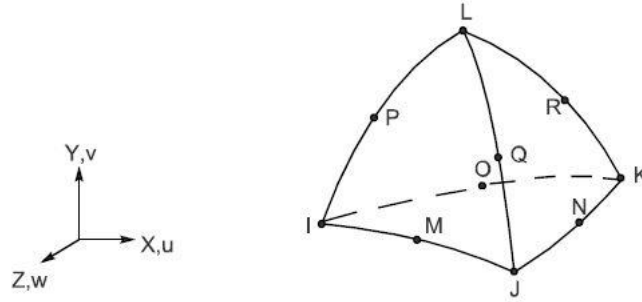
A continuación, se procederá a la simulación virtual del modelo con la ayuda de una aplicación informática de análisis por método de elementos finitos. La herramienta en cuestión se llama ANSYS, y es uno de los programas líderes en el mercado para este tipo de usos, siendo utilizado en todo tipo de industrias e instituciones del más alto nivel y de todo tipo. ANSYS es capaz de realizar análisis estáticos, dinámicos, de transferencia de calor, de flujo de fluidos y electromagnéticos.

Una de las primeras decisiones que han de tomarse es el tipo de análisis que se llevará a cabo. En este caso, se ha resuelto que los análisis serán en **régimen estático**, para simplificar el proceso y debido a que la normativa no trata las cargas elegidas como de impacto, por lo que no se considera imprescindible analizar estados transitorios.

### **7.2.1. Elementos finitos en la simulación con PETg**

En la simulación que se realiza para el caso de las piezas fabricadas en PETg, se tratan los objetos como sólidos 3-D. Ello condiciona el tipo de elemento finito que el programa informático utiliza para generar el modelo.

En este caso, como fruto de la configuración del modelo, ANSYS utiliza elementos del tipo SOLID187. Esta clase de elementos es tridimensional, siendo aplicado para sólidos estructurales en 3-D, y siendo muy adecuado para modelar mallas irregulares, como las que típicamente producen los sistemas CAD/CAM <sup>[94]</sup>. Toma la forma de un tetraedro de 10 nodos: 4 se ubican en sus vértices, y los restantes 6 se ubican en los puntos medios de sus aristas. Todos ellos tienen 3 grados de libertad: traslación en cada uno de los 3 ejes de coordenadas del elemento. Estos desplazamientos serán denotados como  $u(x)$ ,  $v(y)$ , y  $w(z)$ .



**Figura 25. Geometría, nodos y sistema de coordenadas de elemento SOLID187** <sup>[95]</sup>.

A continuación, se detallan las funciones de forma para desplazamientos en un punto arbitrario en un elemento SOLID187 <sup>[96]</sup> <sup>[97]</sup>, de acuerdo con la nomenclatura de la Figura 1.

$$u = u_I(2\zeta_I - 1)\zeta_I + u_J(2\zeta_J - 1)\zeta_J + u_K(2\zeta_K - 1)\zeta_K + u_L(2\zeta_L - 1)\zeta_L + \\ + 4u_M\zeta_I\zeta_J + 4u_N\zeta_J\zeta_K + 4u_O\zeta_I\zeta_K + 4u_P\zeta_I\zeta_L + 4u_Q\zeta_J\zeta_L + 4u_R\zeta_K\zeta_L$$

$$v = v_I(2\zeta_I - 1)\zeta_I + v_J(2\zeta_J - 1)\zeta_J + v_K(2\zeta_K - 1)\zeta_K + v_L(2\zeta_L - 1)\zeta_L + \\ + 4v_M\zeta_I\zeta_J + 4v_N\zeta_J\zeta_K + 4v_O\zeta_I\zeta_K + 4v_P\zeta_I\zeta_L + 4v_Q\zeta_J\zeta_L + 4v_R\zeta_K\zeta_L$$

$$w = w_I(2\zeta_I - 1)\zeta_I + w_J(2\zeta_J - 1)\zeta_J + w_K(2\zeta_K - 1)\zeta_K + w_L(2\zeta_L - 1)\zeta_L + \\ + 4w_M\zeta_I\zeta_J + 4w_N\zeta_J\zeta_K + 4w_O\zeta_I\zeta_K + 4w_P\zeta_I\zeta_L + 4w_Q\zeta_J\zeta_L + 4w_R\zeta_K\zeta_L$$

Siendo  $\zeta_I$ ,  $\zeta_J$ ,  $\zeta_K$  y  $\zeta_L$  las llamadas “coordenadas tetraédricas” <sup>[98]</sup>, que son números adimensionales cuyo valor depende de la posición en el tetraedro respecto del vértice al que se refieren. El valor de  $\zeta_i$  es igual a 1 en el vértice  $i$ , y nulo en los otros 3 vértices, incluyendo toda la cara opuesta al vértice  $i$ . Dicho valor varía linealmente con la distancia conforme el punto se desplaza del vértice a la cara opuesta. Por precisar: si se considera un punto arbitrario llamado “G”, se define  $h_{Gi}$  como la distancia desde G a la cara opuesta al vértice  $i$ , mientras que  $h_i$  es la distancia de ese vértice a su cara opuesta. Entonces,  $\zeta_i = \frac{h_{Gi}}{h_i}$ , y así sucesivamente para las otras tres coordenadas. Es importante señalar que 4 coordenadas son una de más para describir una posición en un espacio tridimensional, por lo que se introduce una restricción entre las coordenadas  $\zeta_i$ :

$$\zeta_I + \zeta_J + \zeta_K + \zeta_L = 1$$

El elemento SOLID187 tiene un comportamiento cuadrático en el desplazamiento, lo que quiere decir que el valor del desplazamiento varía de manera parabólica a lo largo de una arista. Sin embargo, en caso de que se anule el funcionamiento de los nodos medios, el valor del desplazamiento pasa a variar de forma lineal en las aristas.

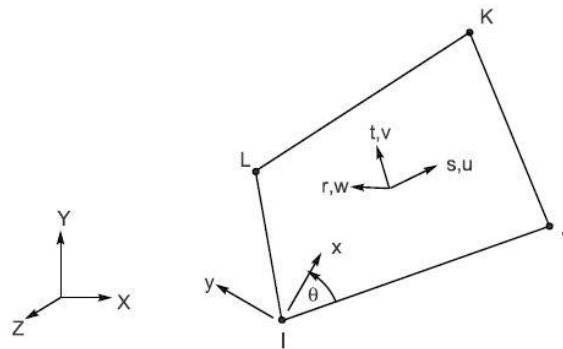
Además de los nodos, los datos de entrada para el elemento incluyen las propiedades ortotrópicas o anisotrópicas del material. Las direcciones de las propiedades del material (especialmente en el caso de las ortotrópicas) corresponden a las de las coordenadas del elemento.

SOLID187, además de elasticidad, soporta plasticidad, hiperelasticidad, fluencia, rigidización por tensión, grandes deformaciones y grandes desplazamientos. También puede formularse para simular desplazamientos en materiales elastoplásticos casi incompresibles, y materiales hiperelásticos totalmente incompresibles.

### 7.2.2. Elementos finitos en la simulación con GFRP

En el caso de la simulación realizada para las piezas fabricadas con material compuesto laminado, los elementos son tratados como placas 3-D. Así, el tipo de elemento finito que el programa informático utiliza para generar el modelo queda condicionado por esa configuración.

Después de configurar las opciones en ANSYS, el elemento utilizado es del tipo SHELL181. Es un elemento de 4 nodos, con 6 grados de libertad en cada uno de ellos: traslaciones en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ , y rotaciones sobre los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Hay una opción “degenerada” de forma triangular, donde dos de los nodos coinciden para formar uno solo y reducir la cuenta a 3<sup>[99]</sup>; se recomienda que este elemento se utilice para rellenos en la generación de la malla, pero en este caso se usó por defecto.



**Figura 26. Geometría, nodos y sistema de coordenadas de elemento SHELL181** <sup>[100]</sup>.

A continuación, se detallan las funciones de forma para desplazamientos en un punto arbitrario en un elemento SHELL181 <sup>[101]</sup> <sup>[102]</sup>, de acuerdo con la nomenclatura de la Figura 2.

$$u = \frac{1}{4} [u_I(1-s)(1-t) + u_J(1+s)(1-t) + u_K(1+s)(1+t) + u_L(1-s)(1+t)]$$

$$v = \frac{1}{4} [v_I(1-s)(1-t) + v_J(1+s)(1-t) + v_K(1+s)(1+t) + v_L(1-s)(1+t)]$$

$$w = \frac{1}{4} [w_I(1-s)(1-t) + w_J(1+s)(1-t) + w_K(1+s)(1+t) + w_L(1-s)(1+t)]$$

$$\theta_x = \frac{1}{4} [\theta_{x_I}(1-s)(1-t) + \theta_{x_J}(1+s)(1-t) + \theta_{x_K}(1+s)(1+t) + \theta_{x_L}(1-s)(1+t)]$$

$$\theta_y = \frac{1}{4} \left[ \theta_{y_I}(1-s)(1-t) + \theta_{y_J}(1+s)(1-t) + \theta_{y_K}(1+s)(1+t) + \theta_{y_L}(1-s)(1+t) \right]$$

$$\theta_z = \frac{1}{4} \left[ \theta_{z_I}(1-s)(1-t) + \theta_{z_J}(1+s)(1-t) + \theta_{z_K}(1+s)(1+t) + \theta_{z_L}(1-s)(1+t) \right]$$

Siendo, en el plano propio del elemento, los ejes  $s$  y  $t$  los que definen las coordenadas, y  $r$  el eje normal, los desplazamientos serán  $u(s)$ ,  $v(t)$ ,  $w(r)$ . En las ecuaciones de las funciones de forma,  $s$  y  $t$  son coordenadas en el plano definido por los ejes homónimos <sup>[103]</sup>.

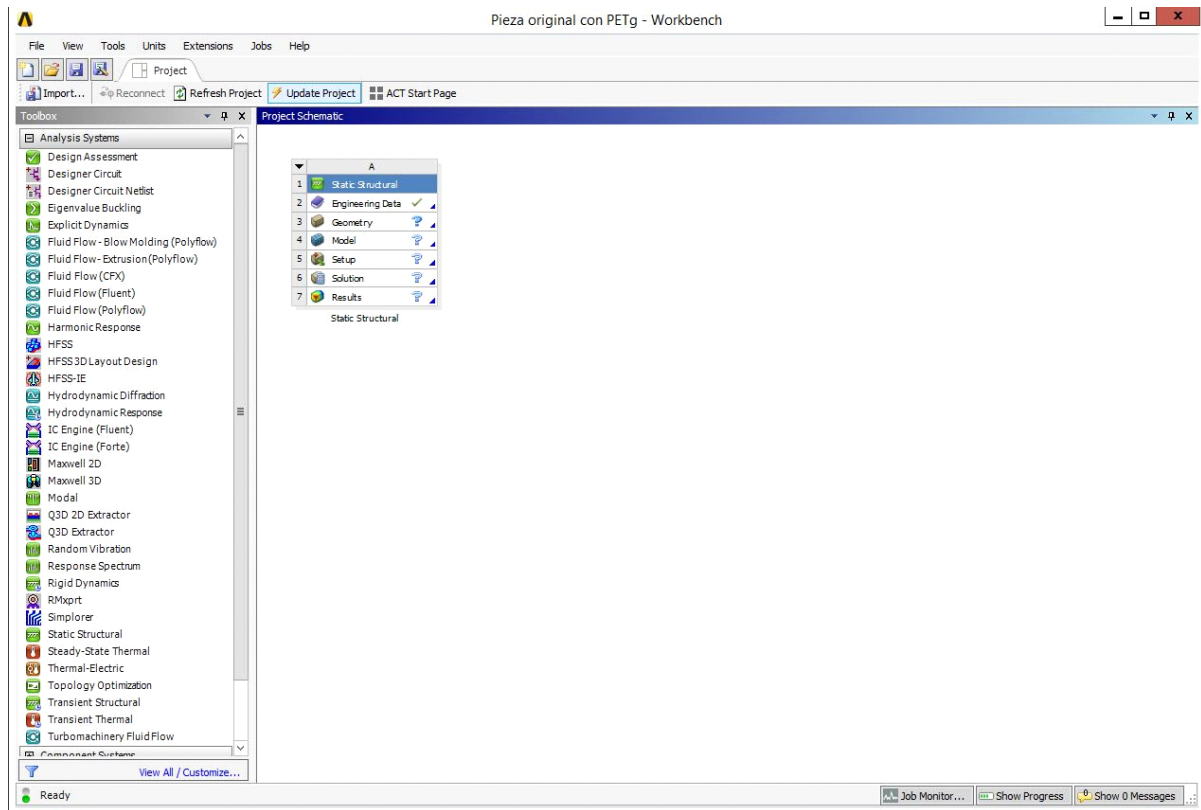
SHELL181 sirve para analizar estructuras de tipo placa, de espesor fino a moderadamente grueso, y típicamente es asociado a propiedades del material de tipo elástico, elastoplástico, hiperelástico o con fluencia. Para elasticidad pueden ingresarse propiedades elásticas lineales isotrópicas, anisotrópicas y ortotrópicas. Este elemento es también muy adecuado para grandes rotaciones en aplicaciones lineales, y para grandes deformaciones en las no lineales.

De especial interés es el hecho de que SHELL181 puede ser utilizado en aplicaciones para modelar laminados de material compuesto y configuraciones de tipo *sándwich*. La precisión al modelar estas estructuras está gobernada por la teoría de deformación de cortadura de primer orden (típicamente denominada teoría de placas de Mindlin-Reissner).

El espesor de los elementos en cada pieza dependerá del espesor de la lámina base del apilado y del número de dichas láminas que constituyan el laminado final.

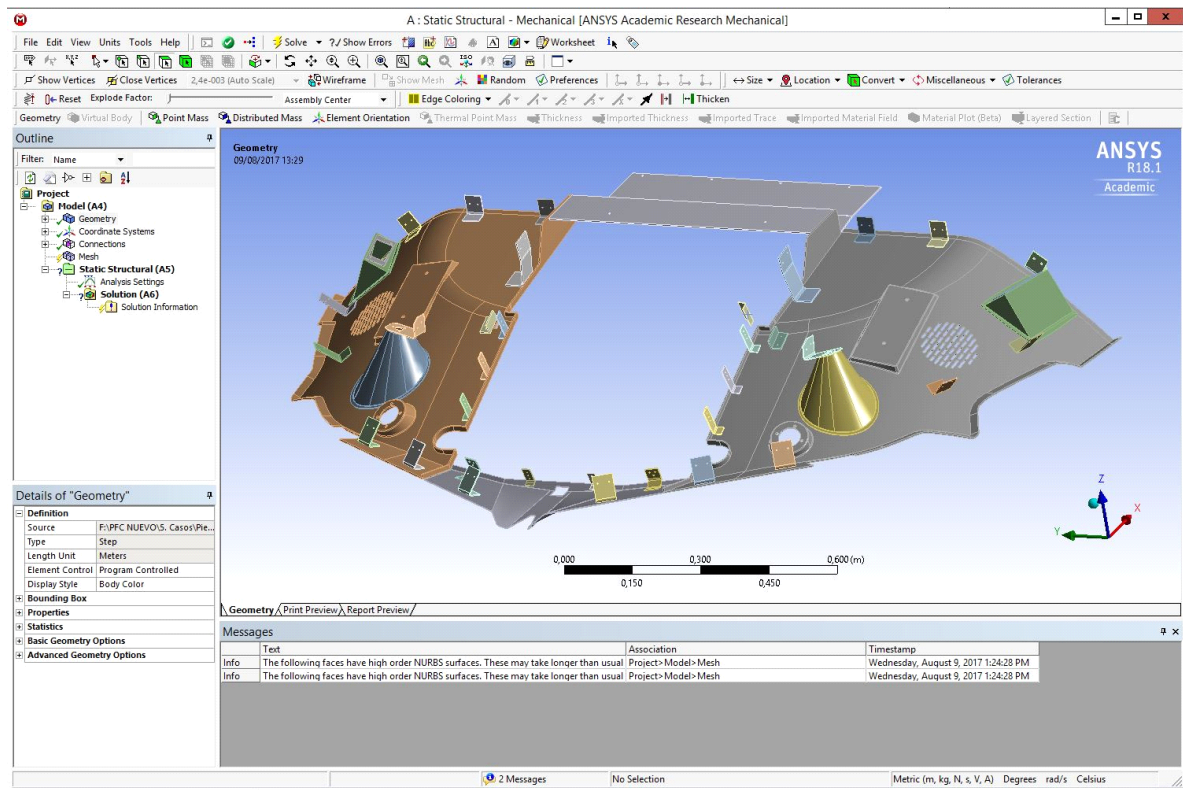
## 8. SIMULACIÓN DEL MODELO PETg CON ANSYS

A continuación, se describen los pasos seguidos durante el manejo del software para realizar la simulación del modelo PETg.



**Figura 27. Pantalla base ANSYS Workbench.**

1. Abrir *ANSYS Workbench* (WB), y crear un nuevo proyecto, en el que se arrastrará un módulo de "Static Structural" a la ventana del "Project Schematic" (Fig.27).
2. Ir al menú "Units", y seleccionar el sistema de unidades deseado - por ejemplo, "Metric (kg, m, s, °C, A, N, V)". Marcar "Display values in project units".
3. Botón derecho en "Geometry". Seleccionar "Import Geometry", y luego "Browse". Seleccionar el archivo "Pieza original con PETg.stp".
4. Guardar proyecto como "Pieza original con PETg.wbpj". Además del archivo mencionado, se generan dos carpetas: "Pieza original con PETg\_files" y "Pieza original con PETg\_files.backup".
5. Hacer doble *click* en "Model" para abrir la aplicación "Mechanical". Se abre la aplicación con el modelo de las piezas (Fig. 28).



**Figura 28. Ventana base de ANSYS Mechanical.**

6. Fijar las unidades en el menú "Units". Por ejemplo: *Metric (mm, kg, N, s, mV, mA), Degrees, RPM, Celsius*.

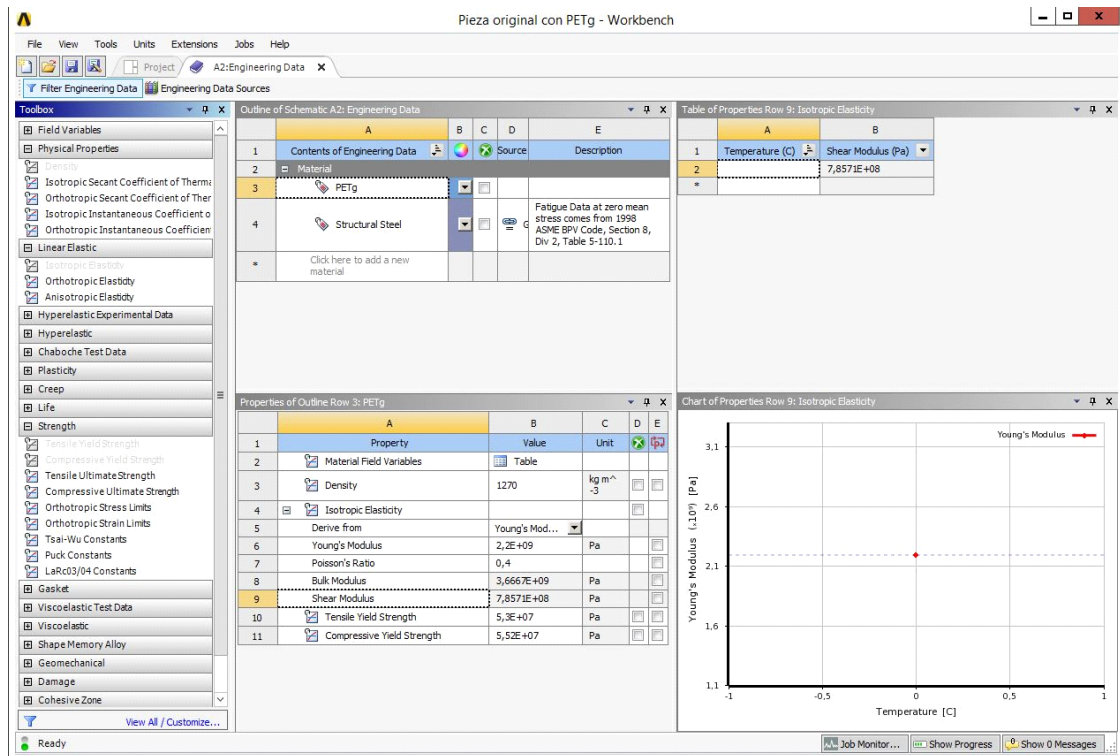
### 8.1. Datos de materiales

7. Volver al "Project Schematic" en WB, y hacer doble *click* en "Engineering Data" para acceder a las propiedades de los materiales.

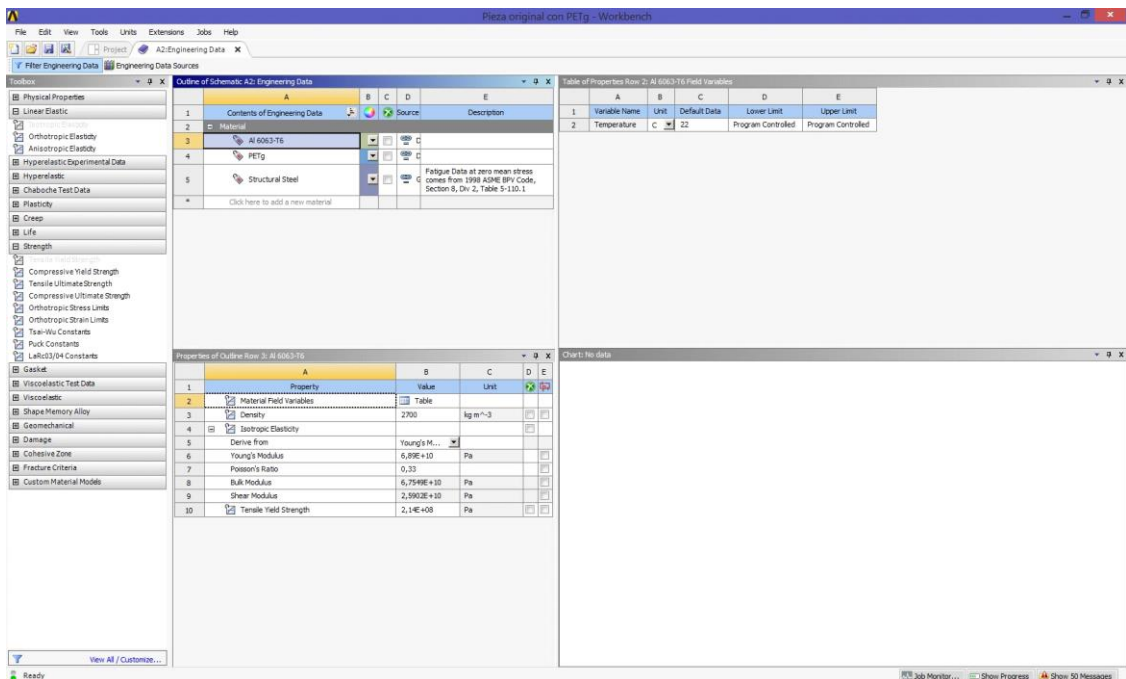
8. Añadir dos nuevos materiales, que serán PETg y Al 6063-T6. Para ambos se seleccionará "Isotropic Elasticity" en la solapa "Linear Elasticity" del "Toolbox". Se añadirán propiedades fundamentales, tales como la densidad - que se selecciona en "Physical Properties"-, y por ser isótropos, bastará con dos constantes elásticas ( $E$  y  $\nu$ ) para definir el comportamiento elástico de los materiales, puesto que los otros dos módulos elásticos se obtienen a partir de ellos. Se especificarán también los límites elásticos de que se disponga (Figs. 29 y 30).

9. Volver a la pestaña "Project", y botón derecho en "Model" para darle a "Refresh". Volver a la ventana "Mechanical".

10. Seleccionar cada pieza en la rama "Geometry" del árbol en la ventana "Outline", y asignarle el material del que está hecha en la casilla "Assignment", en la pestaña "Material" de la ventana "Details" (Fig. 31).

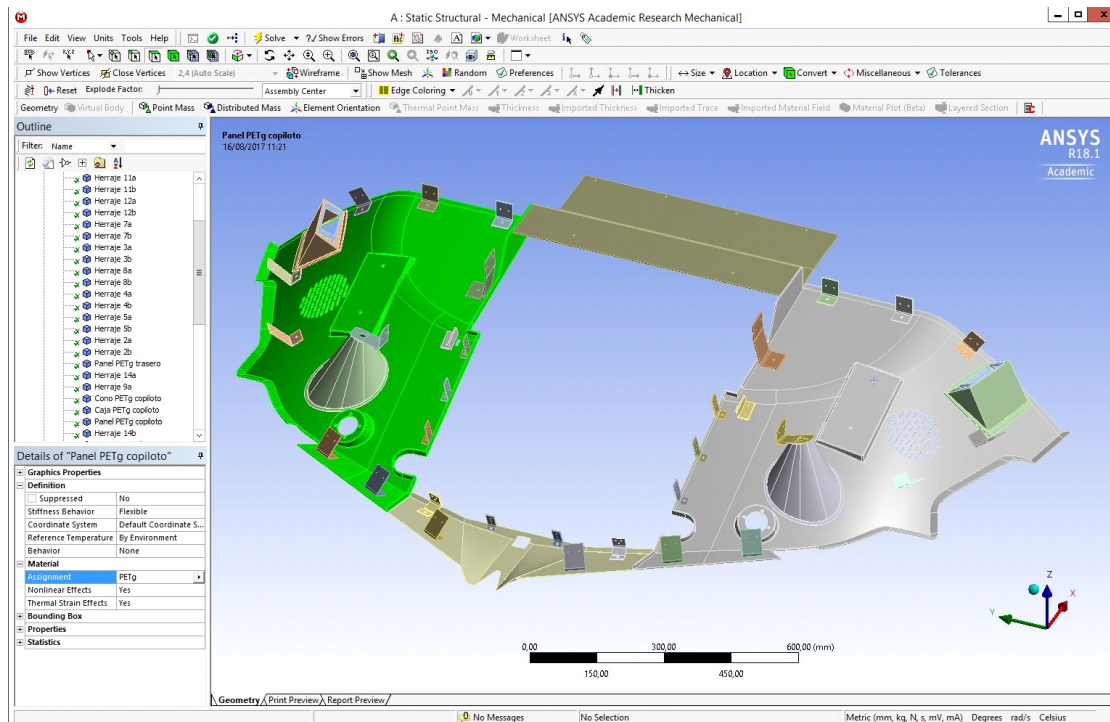


**Figura 29. Ventana "Engineering Data" para PETg.**



**Figura 30. Ventana "Engineering Data" para Al 6063-T6.**





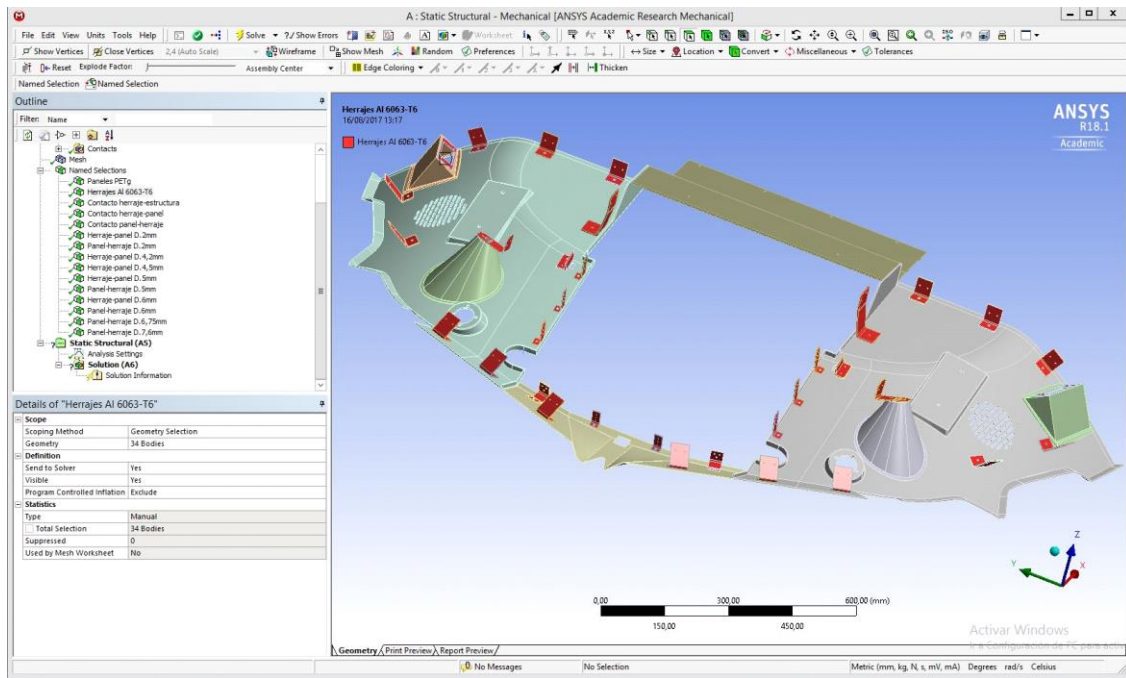
**Figura 31. Asignación de material.**

## 8.2. Condiciones de contorno y cargas

11. Realizar "*Named Selections*". Para empezar, seleccionar todos los paneles de PETg (seleccionando "*Bodies*"), y después, botón derecho y "*Create Named Selection*". Repetir con los herrajes. También realizar "*Named Selections*" para agrupar las caras donde se empotrarán los herrajes y para las caras donde éstos se fijan a los paneles. Se harán "*Named Selections*" de acuerdo con el elemento al que pertenezca la superficie de contacto y al tipo de taladro (esto es, a su diámetro) (Fig. 32).

Lo siguiente será crear una serie de pernos que conecten los herrajes con los paneles.

12. Después de marcar "*Connections*", con el botón derecho se accede a "*Insert*" y a "*Beam*". En los detalles, especificar un radio adecuado al del taladro (la "*Cross Section*" debe ser circular). En las pestañas "*Reference*" y "*Mobile*" hay que detallar las superficies que actuarán como contacto de cada extremo de la viga. Se puede señalar ambas para uno de los elementos que se desea crear. Así ya se forma el primero de la serie de pernos que tendrán el mismo diámetro, y a partir del que se generará el resto. A continuación, se generan los demás pernos del mismo tamaño con un comando específico para multiplicar entidades (Fig. 33).



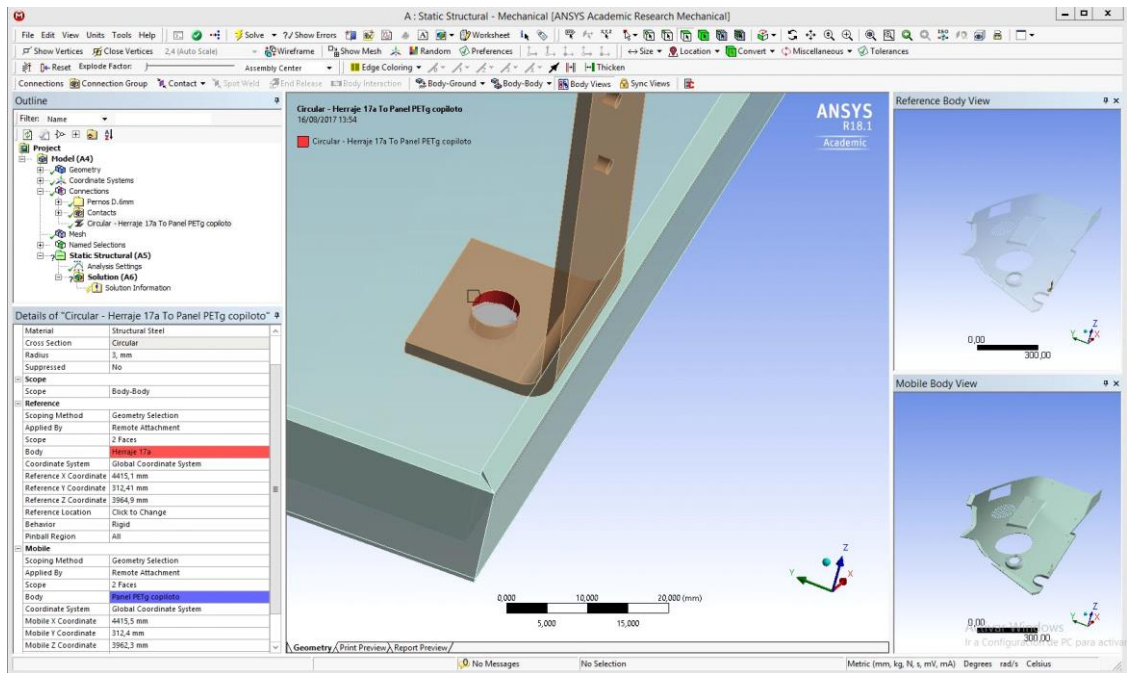
**Figura 32. "Named Selections".**

13. Activando el icono del "Object Generator" aparece una ventana en la que se puede especificar la "Named Selection" para "Reference" y para "Mobile". Dejar marcado "Ignore Original" para que la viga ya existente no sea duplicada. Las distancias entre centroides de las áreas de los agujeros deberán estar dentro del rango de valores que se puede especificar en la ventana. Finalmente, se presiona "Generate". En ambos extremos de la viga, "Reference" y "Mobile", se puede especificar el comportamiento del elemento, y será definido como "Rigid". Esto permite que dichos elementos no sean analizados con elementos finitos y sólo transmitan cargas (Fig. 34).

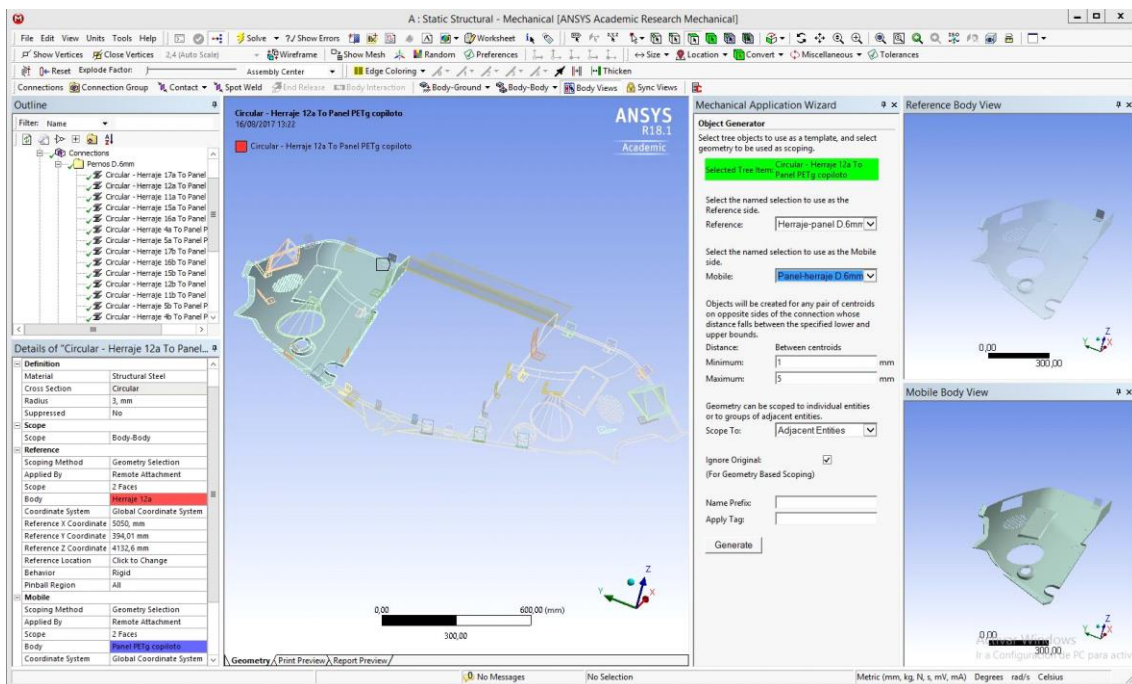
14. Para mayor practicidad, se renombran adecuadamente los nuevos elementos y se agrupan según el diámetro del agujero para el perno.

15. Los pasos 12, 13 y 14 se repetirán para cada tamaño de taladro. Los diámetros de taladro para los que se realizarán pernos serán: 6 mm, 5 mm y 2 mm. De este modo, hasta este momento los grupos de pernos creados y de "Named Selections" quedan como se muestra en la figura 35.

16. A continuación serán revisados los contactos generados por ANSYS de forma automática en las interfaces entre superficies próximas; dichos contactos estaban agrupados en una carpeta "Contacts" dentro de la rama "Connections". Los contactos entre las distintas piezas de PETg serán clasificados como "Bonded" o pegados, uniones rígidas. En el resto de los casos los contactos serán suprimidos: no se eliminan por una cuestión de precaución, pero al ser suprimidos no estarán activos. Esto les dará libertad de movimientos (Fig. 36).

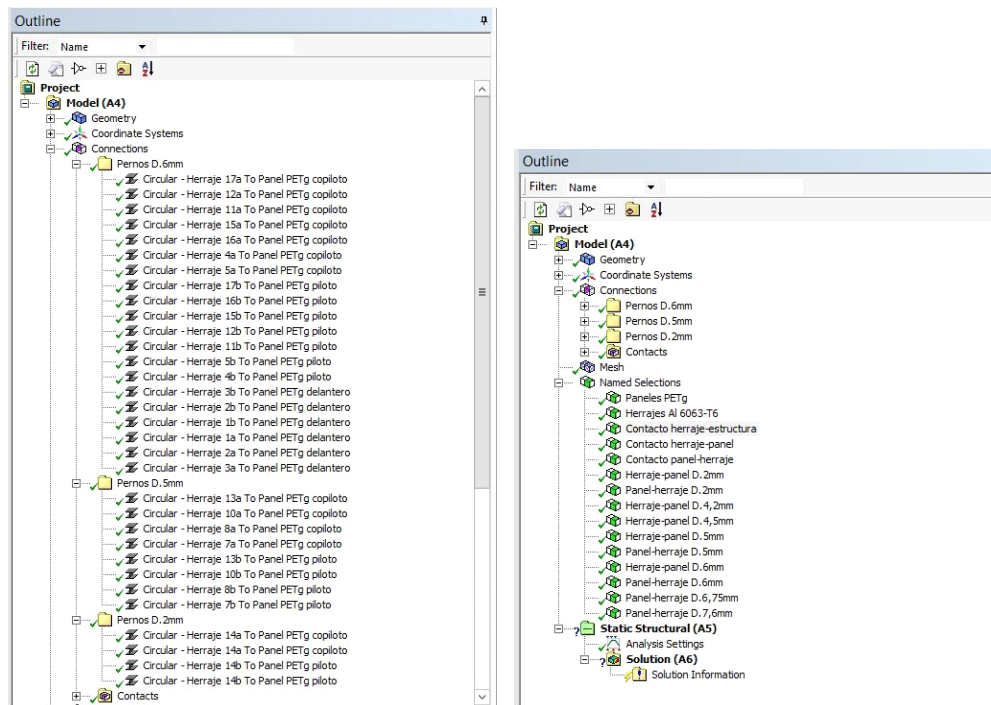


**Figura 33. Creando contactos.**

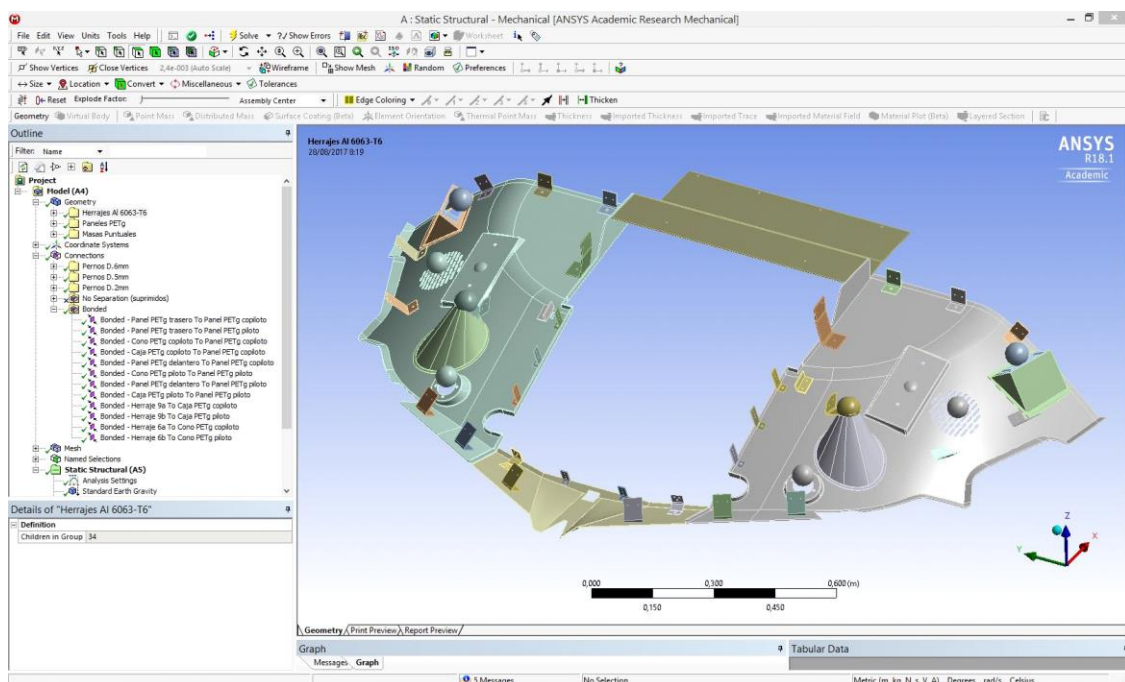


**Figura 34. "Object Generator".**



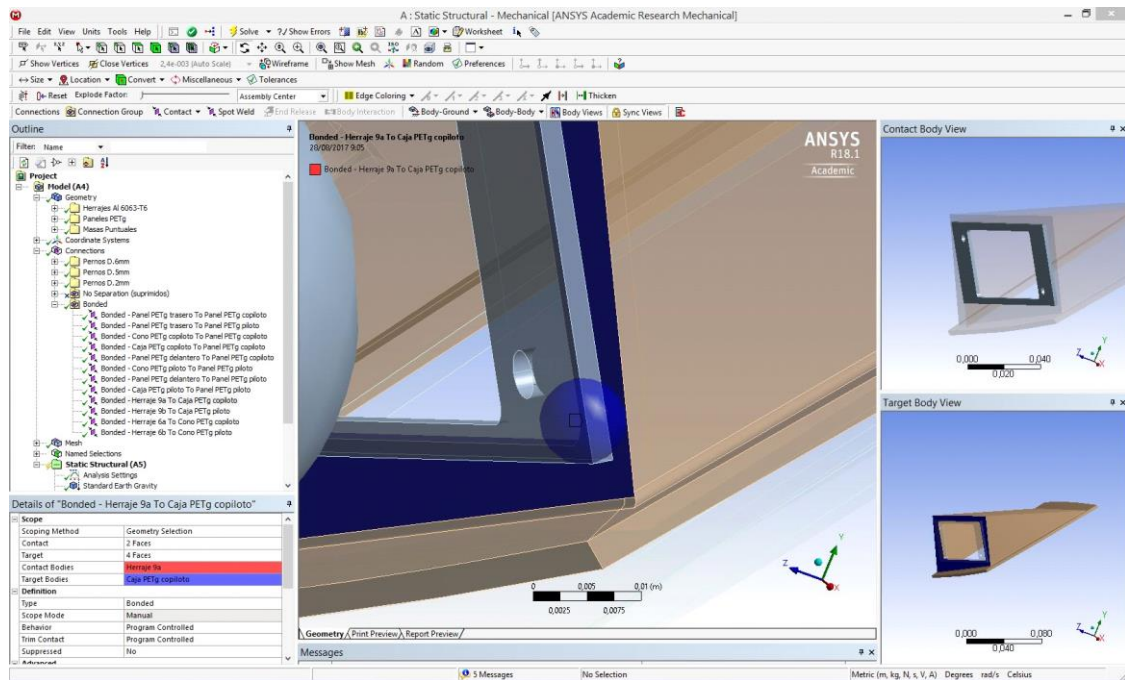


**Figura 35. Lista de pernos y "Named Selections".**



**Figura 36. Contactos "Bonded" creados.**

17. A los contactos de tipo "Bonded" se les aplicará la condición de "Pinball Region" con un radio de 4 mm, para asegurar que el programa detecte las dos piezas que formarán el contacto, porque no siempre están totalmente juntas, sino que en algún caso hay una cierta separación. (Fig 37).



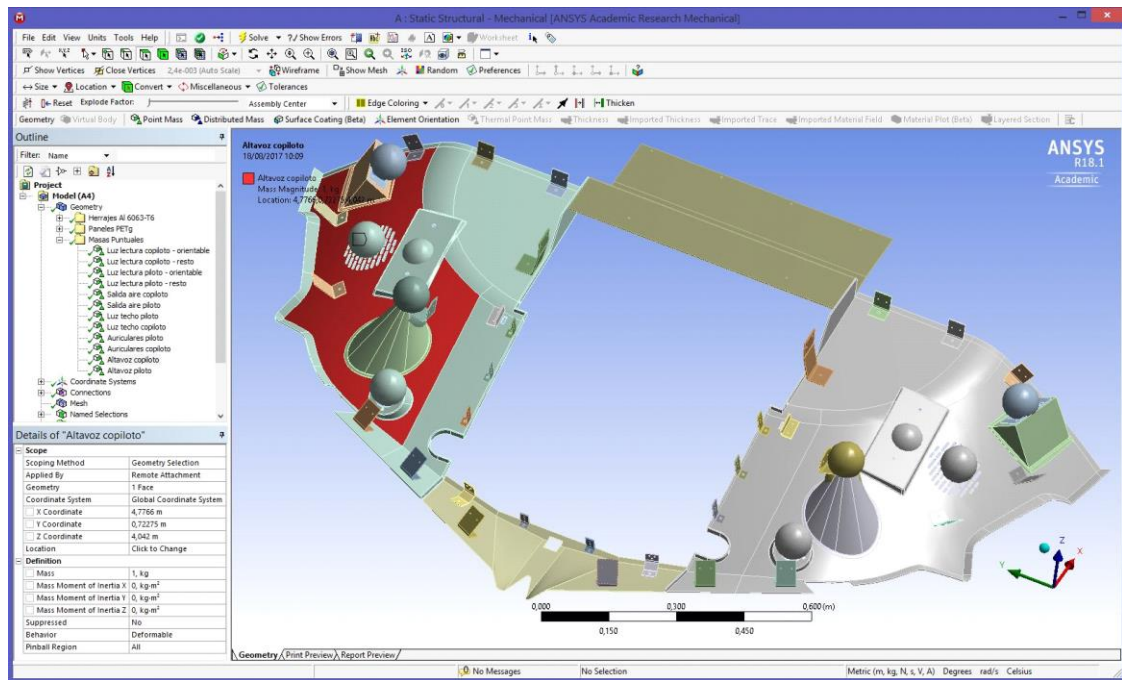
**Figura 37. "Pinball Region".**

18. En la rama "*Static Structural*" será insertado, accediendo con el botón derecho, un "*Fixed Support*" al que se asociará la "*Named Selection*" llamada "*Contacto herraje-estructura*". De este modo los herrajes estarán empotrados a lo que sería la estructura de la cabina.

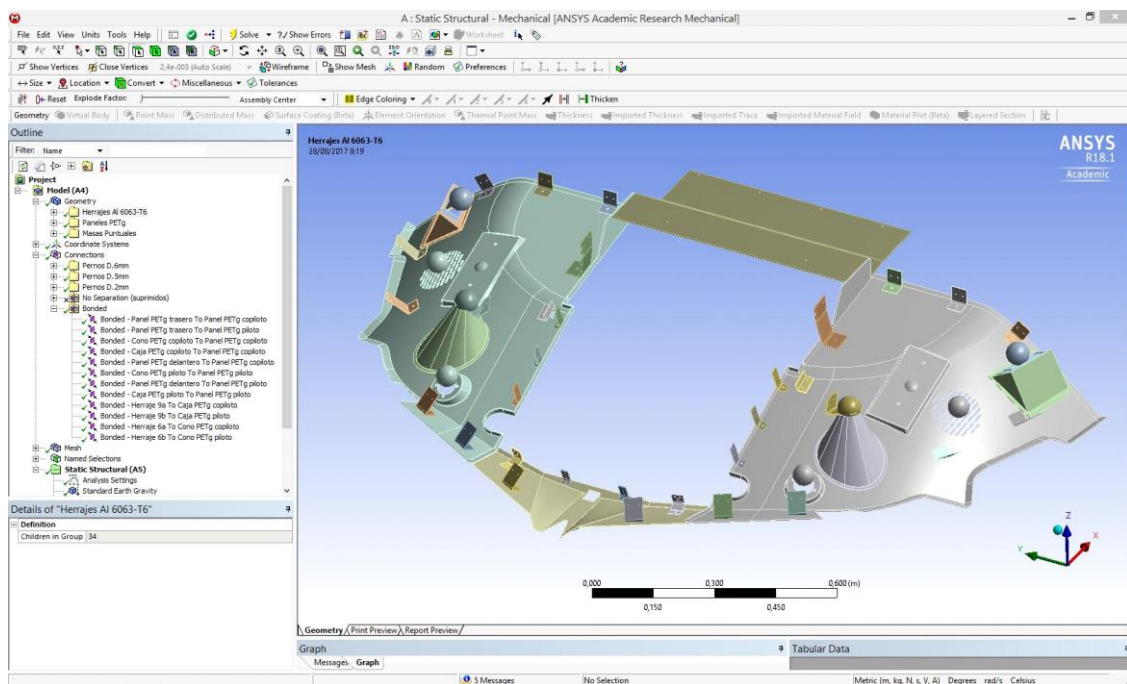
19. También en "*Static Structural*" se incluirá el efecto de la gravedad terrestre mediante un elemento llamado "*Standard Earth Gravity*", cuyo valor se fija en  $9,8066 \text{ m/s}^2$  y cuya dirección será negativa a lo largo del eje Z de las coordenadas globales del modelo.

20. Con el propósito de representar los efectos inerciales de los componentes que están montados sobre los paneles se crearán una serie de masas puntuales. En la rama "*Geometry*", con el botón derecho se accede para insertar una "*Point Mass*". Se especifica un valor para la masa, y una localización, partiendo de la que parece ser la ubicación del centroide de las áreas seleccionadas para que la masa actúe sobre ellas. Al finalizar, la masa puntual aparece gráficamente en el modelo como una esfera cuyo centro está situado en el punto requerido para la masa puntual. Las masas puntuales serán agrupadas bajo una carpeta llamada "*Masas Puntuales*" bajo "*Geometry*" (Fig. 38).

Se han incluido 5 tipos de masas puntuales, y de cada uno habrá una en el lado del piloto y otra en el lado del copiloto, para un total de 10 masas puntuales. A continuación, se detallan los valores que definen cada uno de los tipos de masas puntuales. En las Figuras 39 y 40 se ofrecen diferentes vistas para apreciar la ubicación de las masas puntuales.



**Figura 38. Masas puntuales.**



**Figura 39. Masas puntuales.**

Luz de lectura. El dispositivo real consta de una parte orientable que se ubica dentro del cono y otra parte exterior al cono. En principio se pensó modelar ambas partes por separado, pero estarían actuando sobre las mismas superficies dos condiciones de contorno diferentes, pero del mismo tipo; esto causa alguna dificultad al software, de modo que, para evitar problemas, se decidió modelar una sola masa puntual para que represente a ambas contribuciones. En consecuencia, tendrá un valor similar al de la suma de las dos anteriores,

y una ubicación que simule el centro de masas de todo el dispositivo, estando por lo tanto más cercana a las superficies a las que está asociada que cualquiera de las anteriores.

- Masa equivalente: 0,5 kg.
- Cambio en coordenada Z: +0,01 m desde la cara del herraje externa al cono donde se ancla.

#### Salida de aire acondicionado

- Masa equivalente: 0,2 kg.
- Cambio en coordenada Z: +0,030 m desde la cara superior de la zona de unión del panel.

#### Luz de techo

- Masa equivalente: 0,15 kg.
- Cambio en coordenada Z: - 0,020 m desde la cara inferior de la zona de unión del panel.

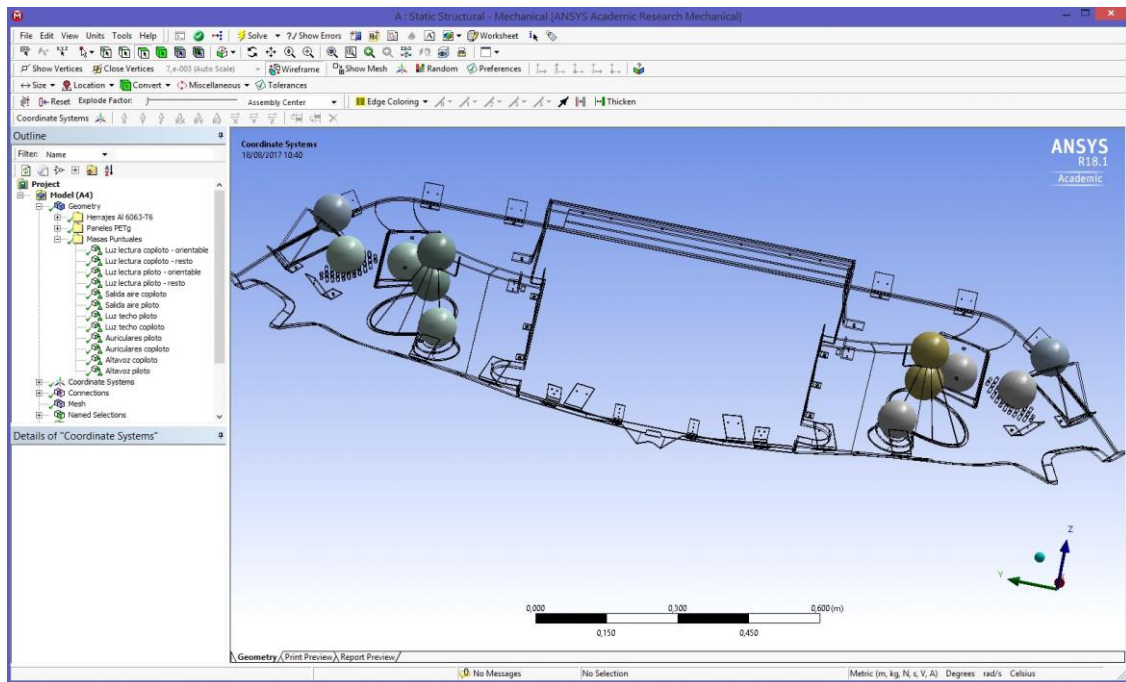
#### Altavoz

- Masa equivalente: 1 kg.
- Cambio en coordenada X: +0,050 m desde la superficie superior de la rejilla (hacia atrás en el conjunto).
- Cambio en coordenada Y:  $\pm 0,040$  m desde la superficie superior de la rejilla (hacia el exterior del conjunto).
- Cambio en coordenada Z: +0,050 m desde la superficie superior de la rejilla.

#### Conector e interruptor auriculares

- Masa equivalente: 0,25 kg.
- Cambio en coordenada Y:  $\pm 0,015$  m desde la cara superior del herraje (hacia el centro del conjunto).
- Cambio en coordenada Z: +0,020 m desde la cara superior del herraje.





**Figura 40. Masas puntuales.**

21. Seguidamente, se aplicarán las cargas de inercia que sufrirá el conjunto. En la rama "Static Structural", con el botón derecho se accede a "Insert", y se selecciona "Acceleration" y "Rotational Acceleration". ANSYS no permite crear varios elementos de este tipo, por lo que se recurrirá a duplicar repetidamente el módulo "Static Structural" dentro del proyecto, y asignarle a cada uno los parámetros de cada caso de carga, detallándose dichos valores a continuación.

1. Aceleración en X (hacia delante):  $a_{x\ del} = -88,26\ m/s^2$
2. Aceleración en X (hacia atrás):  $a_{x\ atr} = 29,42\ m/s^2$
3. Aceleración en Y (hacia un lado):  $a_{y\ der} = 39,23\ m/s^2$
4. Aceleración en Z (hacia arriba):  $a_{z\ arr} = 29,42\ m/s^2$
5. Aceleración en Z (hacia abajo):  $a_{z\ aba} = -58,84\ m/s^2$
6. Aceleración rotacional sobre X:  $a_{rot\ x} = 5,236\ rad/s^2$
7. Aceleración rotacional sobre Y:  $a_{rot\ y} = 5,236\ rad/s^2$
8. Aceleración rotacional sobre Z:  $a_{rot\ z} = 5,236\ rad/s^2$
9. Aceleraciones simultáneas (todas positivas):

Aceleración en X:  $a_x = 6\ m/s^2$

Aceleración en Y:  $a_y = 6\ m/s^2$

Aceleración en Z:  $a_z = 6\ m/s^2$

Aceleración rotacional sobre X:  $a_{rot\ x} = 1,047\ rad/s^2$



Aceleración rotacional sobre Y:  $a_{rot\ y} = 1,047\ rad/s^2$

Aceleración rotacional sobre Z:  $a_{rot\ z} = 1,047\ rad/s^2$

Coordenadas del punto de basculación:

- Eje X: 5,46 m

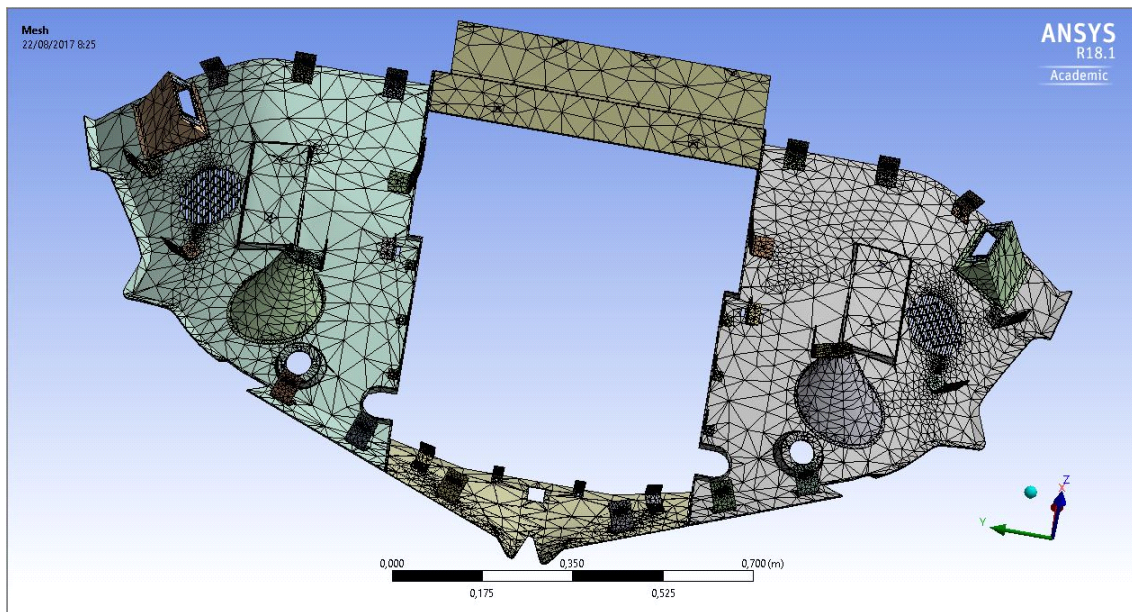
- Eje Y: 0 m

- Eje Z: 1,85 m

Estos datos serán insertados en cada módulo duplicado después de finalizar con todas las etapas que aún quedan por hacer, para que la información relativa a éstas se incluya también en los módulos duplicados.

### 8.3. Mallado

ANSYS genera una malla preliminar a partir de la cual se realizarán modificaciones para hacerla más eficiente, buscando más precisión en zonas más comprometidas, y una malla más gruesa en zonas no determinantes. Puede verse en la Figura 20 el aspecto general de la malla preliminar.



**Figura 41. Malla preliminar.**

22. Dentro de "Mesh", abriendo "Statistics" puede verse el número total de nodos y elementos de los que consta la malla del modelo. En el estado inicial correspondiente a la malla preliminar, el número de nodos es de 132994 y el de elementos es de 62160. A lo largo de los cambios que se irán realizando se verá el cambio en estas cantidades. En principio, su disminución favorece la rapidez de cálculo, pero hay que equilibrarlo con la posible pérdida de precisión.

23. Para los herrajes, se deja el método de mallado en "*Automatic*", y el tamaño del elemento finito en 0,03 m. En este caso no importa tener una representación precisa de la transición de tensiones, puesto que los herrajes no son el objeto de estudio.

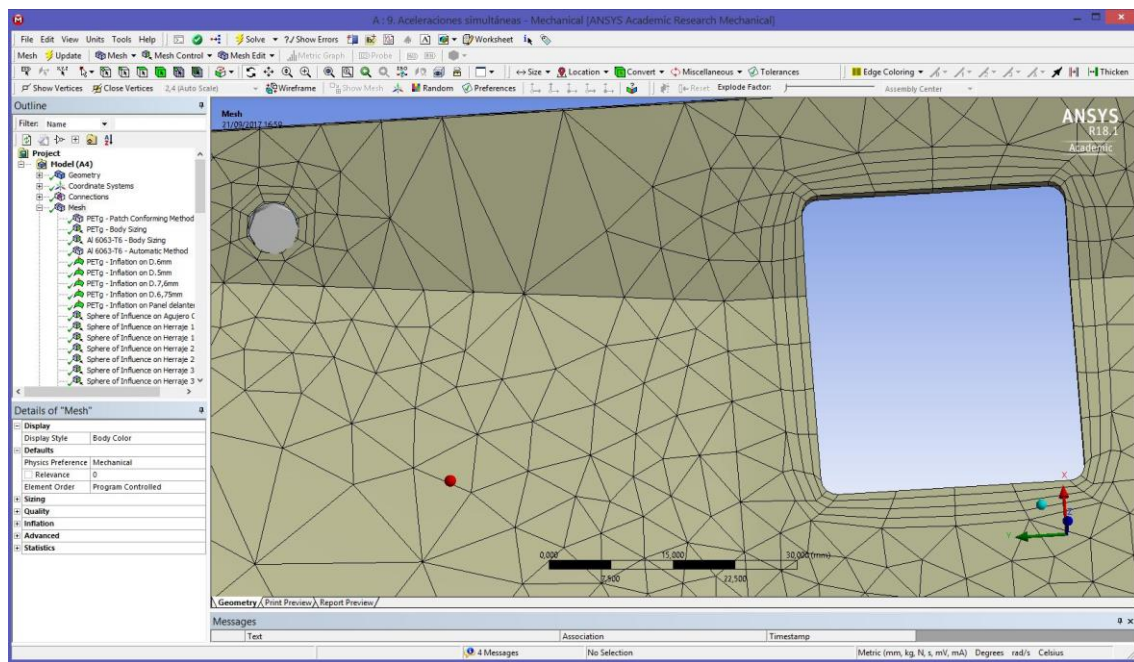
24. En el caso de los paneles PETg, el tipo de geometría - cuerpos de espesor fino pero variable, con agujeros y otras zonas con geometría comprometida - hace recomendable asegurarse de que el mallado se realiza con elementos tetraédricos, más adecuados, según ANSYS. Así, independientemente de la estrategia de mallado que se seleccione, el tipo de elemento con el que se realizará será de tipo tetraédrico. Para la malla preliminar, se inserta una herramienta "*Method*", y en ella se pueden elegir los algoritmos "*Patch Independent*" y "*Patch Conforming*". El primero tiene una serie de parámetros modificables con los cuales se hizo complicado crear una malla viable después de varias combinaciones. Finalmente, como el objetivo es crear una malla preliminar para refinarla luego con otras herramientas relativamente sencillas de usar, se selecciona el segundo, "*Patch Conforming*", que es mucho menos configurable y arrojó un resultado aceptable.

25. De manera complementaria, se inserta una herramienta "*Sizing*" para regular el tamaño de los elementos finitos, dándole a éstos un tamaño de 30 mm. Es un tamaño relativamente grande, pero en las áreas relativamente amplias y planas no será un problema, ya que, al no haber cargas aplicadas en esas zonas, los estados tensionales no serán complejos y no se necesita gran resolución. Para zonas más comprometidas se mejorará la malla.

Se entiende como zonas comprometidas las que tienen aplicadas cargas y/o las que cuenten con geometrías de longitudes características relativamente pequeñas. En la práctica, en nuestro caso esto se traduce en zonas que reúnen ambas características: son zonas donde se sujetan artefactos o herrajes que a su vez se empotran a la estructura infinitamente rígida - la "tierra" -, transmitiendo los esfuerzos. La mayoría de estas zonas son taladros.

26. Para el proceso de refinamiento de la malla en las zonas de interés se usarán dos herramientas. La primera es "*Inflation*". Este comando permite generar, a partir de los elementos adyacentes a un borde, una serie de capas de elementos similares a los anteriores, que van disponiéndose en capas a continuación de los primeros, teniendo una forma similar, pero creciendo con cada capa. En la práctica, y usado en este caso sobre todo en bordes de taladros, esto resulta en capas de elementos concéntricos que se van haciendo más grandes. Así se mejora la transición desde rasgos geométricos muy pequeños a los elementos más grandes en el resto de la malla. Se inserta en "*Mesh*", y se selecciona los cuerpos sobre los que actuará, y se especifican los bordes - en ambos casos, con el uso de "*Named Selections*" previamente creadas. Se puede variar el número de capas concéntricas a crear, la tasa de crecimiento de una capa a otra y el espesor máximo de éstas. En cada caso se probaron diversas variaciones de estos parámetros hasta llegar a la que permitiera una transición más suave desde el agujero al área circundante. Aun así, el resultado no era completamente satisfactorio, por lo que se recurrió a otra herramienta adicional.

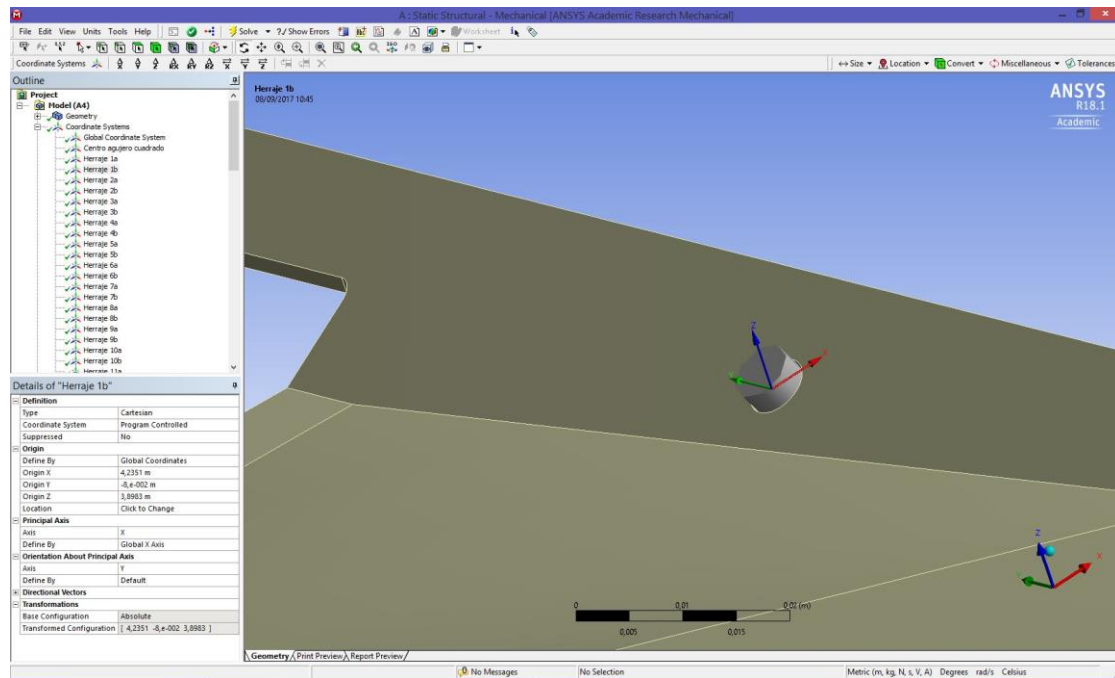
En la Figura 42 puede apreciarse el efecto de las capas creadas por "*Inflation*" inmediatamente a continuación de dos zonas con bordes cerrados.



**Figura 42. "Inflation"**

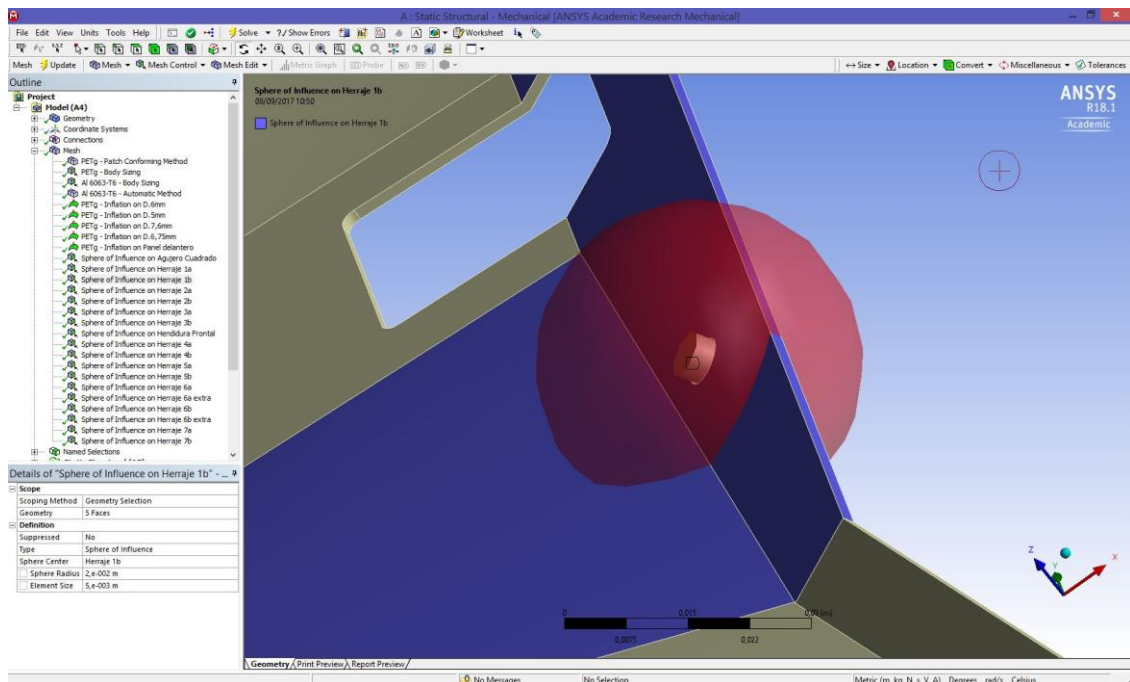
27. El segundo recurso para el propósito de mejorar el mallado es "*Sphere of Influence*", que es uno de los dos tipos de criterio que se pueden usar dentro de la herramienta "*Sizing*", siendo el otro "*Element Size*". La diferencia es que el primero permite seleccionar el área de influencia en que se aplicará el tamaño de elemento que se desea imponer. Ello se efectúa especificando los cuerpos cuyas zonas que caigan dentro de la esfera se desea que sean afectados. Además, se debe detallar un valor para el radio de la esfera de influencia. En la mayoría de los casos, el valor elegido es de 20 mm, pero en algunas zonas el radio ha llegado hasta los 80 mm. Por su parte, el tamaño de elemento especificado es de 5 mm, que se estimó como el más adecuado para ofrecer una resolución satisfactoria y que la transición fuera más bien suave entre los elementos del "*Inflation*" y el resto de la malla. También se trató de que el área circundante a la esfera no tuviera muchos elementos por la transición del de la esfera al del resto, lo cual va en contra de achicar los elementos.

Por su parte, el centro de la esfera se determina seleccionando un sistema de coordenadas cuyo centro coincidirá con el de la esfera. Para ello, debe crearse *ex profeso* dicho sistema de coordenadas. Puede verse en la Figura 43 una zona con taladro, y cómo los ejes se sitúan, dadas las coordenadas.



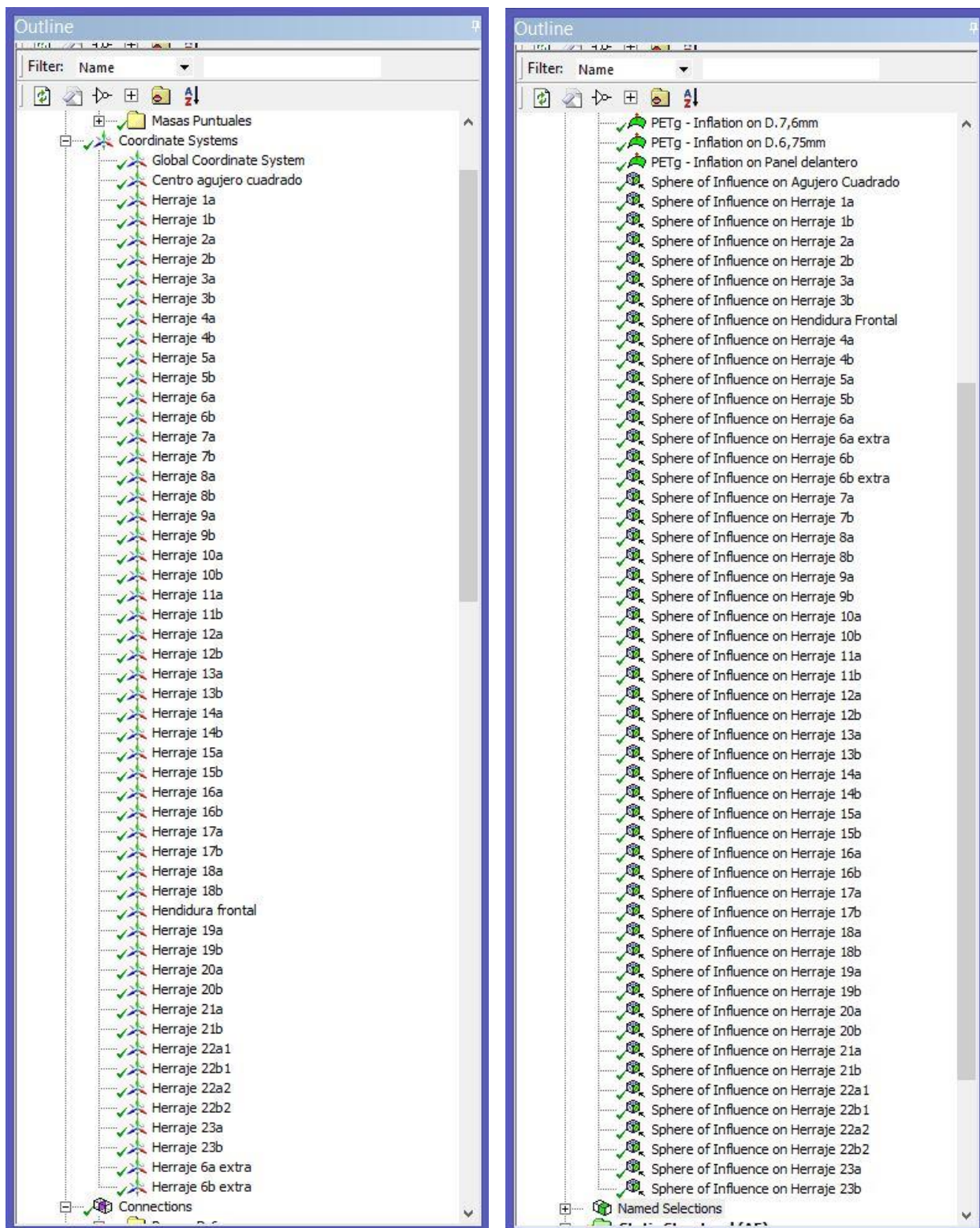
**Figura 43. Coordenadas.**

Como se mencionó anteriormente, cada esfera de influencia necesita de su propio sistema de coordenadas para situarse. En la Figura 45 puede verse la lista de sistemas de coordenadas y de esferas de influencia para cada región de interés. También, en la figura 44, puede verse un detalle de una esfera de influencia, y en la Figura 46, una toma de una zona - ya mostrada en una imagen previa que ilustraba el uso de "Inflation" - que, mostrando una zona un poco mayor, muestra el efecto de "Sphere of Influence".

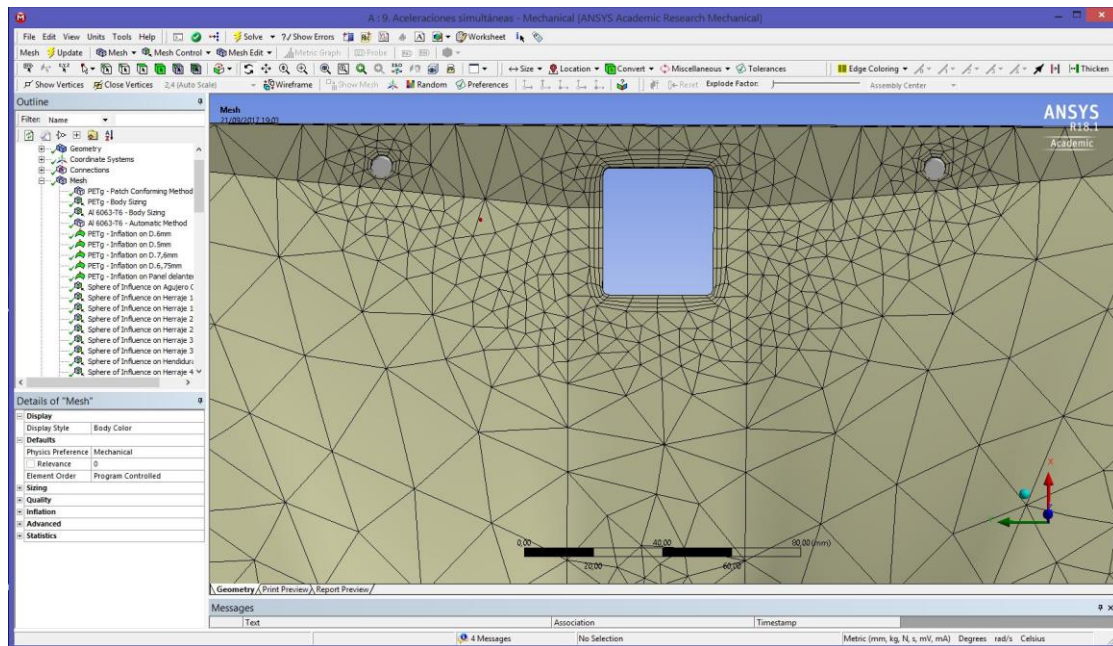


**Figura 44. "Sphere of Influence".**

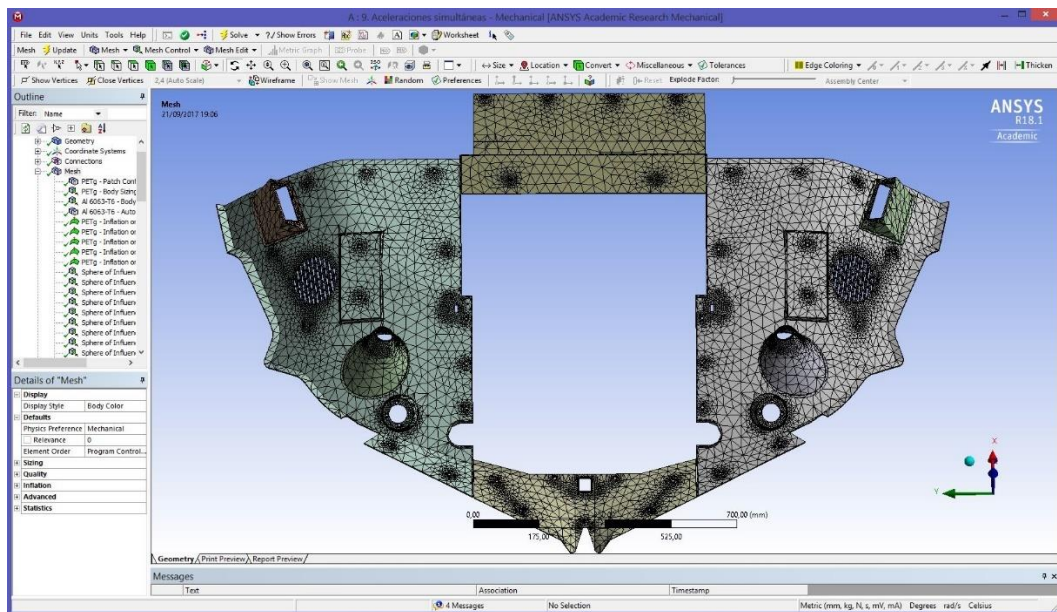




**Figura 45. Sistemas de coordenadas y "Sphere of Influence".**



**Figura 46. “Sphere of Influence”.**



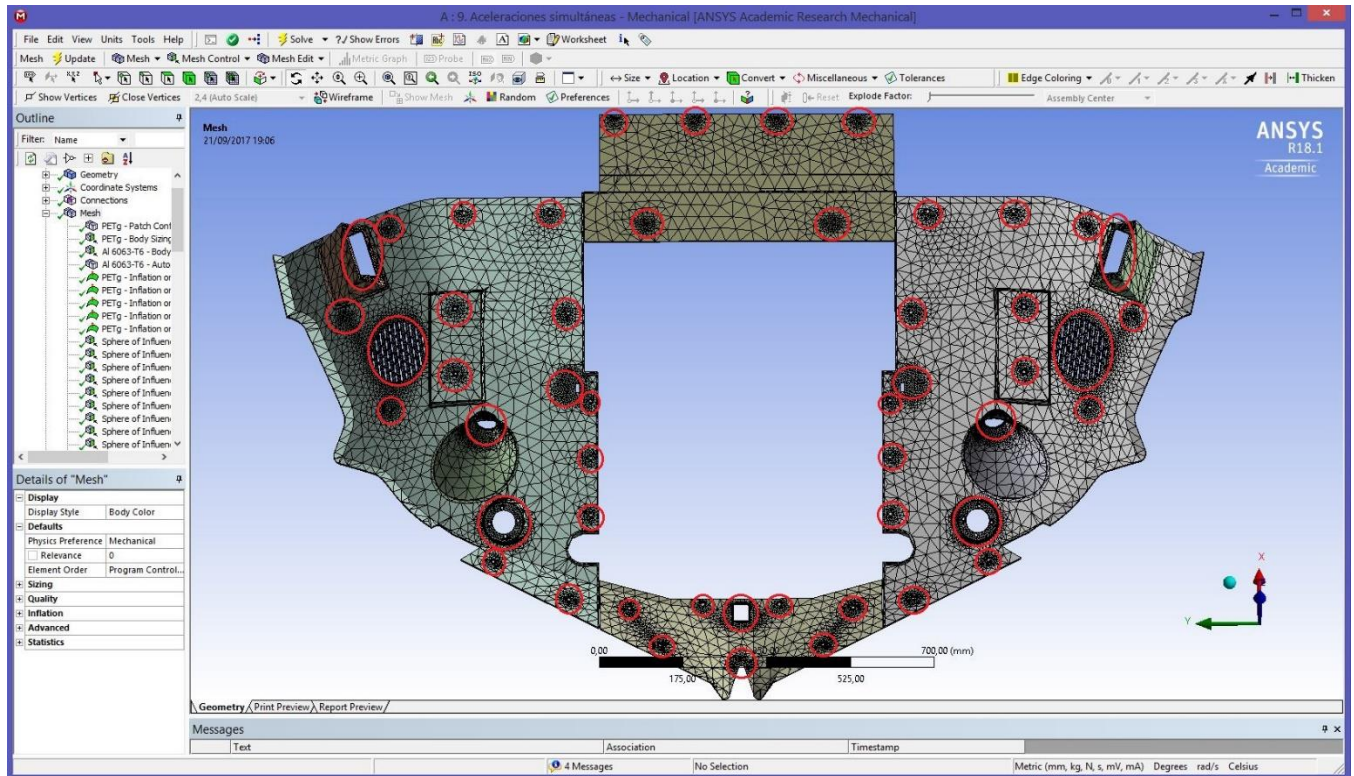
**Figura 47. Mallado definitivo.**

El mallado definitivo lleva el número de nodos hasta los 169491, y el de elementos hasta los 79560. Comparando con los números iniciales (132994 nodos y 62160 elementos) se aprecia que, aunque existe un aumento significativo en el número de elementos y nodos en la malla, el uso que se les da es más eficiente. La precisión en las áreas clave está muy mejorada, con mayor número de elementos, que además tienen formas más regulares, lo cual les otorga mejor calidad a la hora de calcular. Asimismo, las zonas menos relevantes tienen notablemente menos nodos y elementos, lo cual ayuda a ahorrar tiempo de cálculo en zonas donde no se necesita precisión.

La Figura 47 muestra el conjunto de los paneles con su malla definitiva, sin mostrar los



herrajes para que pueda apreciarse la diferencia de mallado. La Figura 48, por su parte, muestra la misma escena, pero con las zonas de interés, que recibieron mallado refinado, redondeadas en rojo.



**Figura 48. Mallado definitivo con zonas de interés marcadas.**

## 9. SIMULACIÓN DEL MODELO GFRP CON ANSYS

La estrategia es fundamentalmente la misma que en el caso anterior, si bien la metodología puede variar en ocasiones, debido a que ahora se trata con "Surface Bodies", ya que los materiales compuestos se manejarán con el módulo "ACP(Pre)" para el pre-procesado y "ACP(Post)" para el post-procesado. La definición de los materiales y la carga de la geometría se realizan en "ACP(Pre)", así como el mallado de las piezas. Las condiciones de contorno y las cargas se especificarán en el módulo "Static Structural".

### 9.1. Datos de materiales

1. Se arrastra un módulo "ACP(Pre)" al espacio del "Workbench", y se accede a "Engineering Data" para crear los materiales necesarios. En el caso de AI 6063-T6 se trata como material isotrópico, y se rellenan los valores necesarios. El último material por definir es la lámina de material compuesto. Es un material ortotrópico, y como tal, se definen los valores de constantes elásticas, propiedades resistentes, y parámetros necesarios para criterios de fallo.

En las Figuras 49 y 50 se muestra el panel de propiedades para cada material.

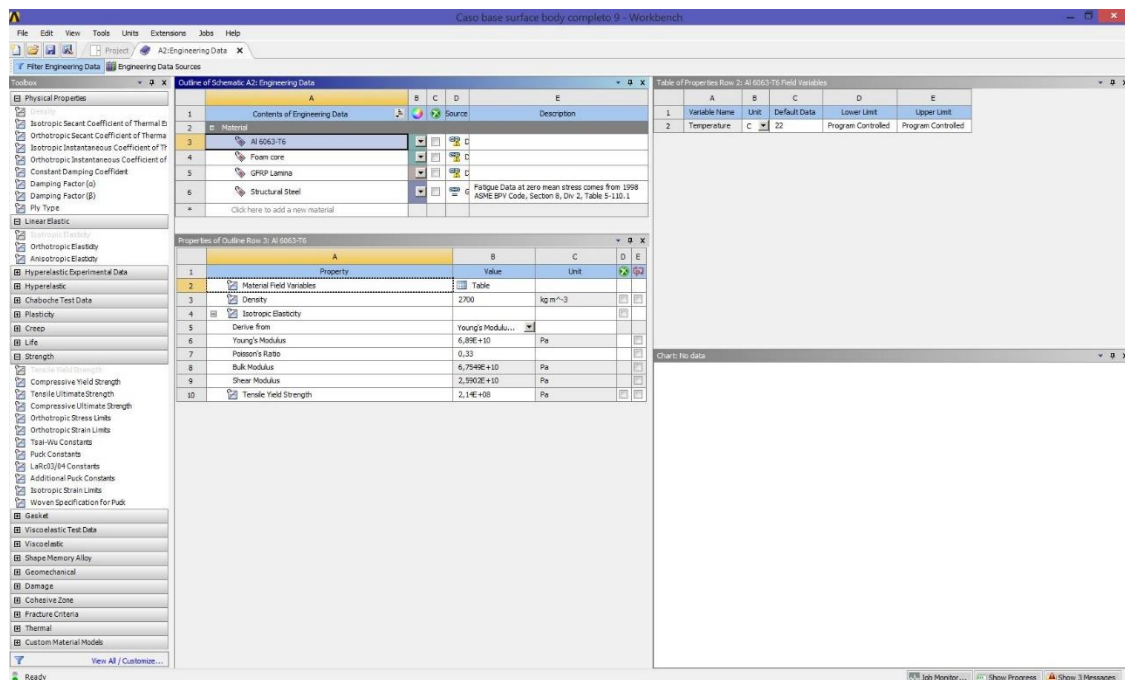


Figura 49. Ventana "Engineering Data" para AI 6063-T6.



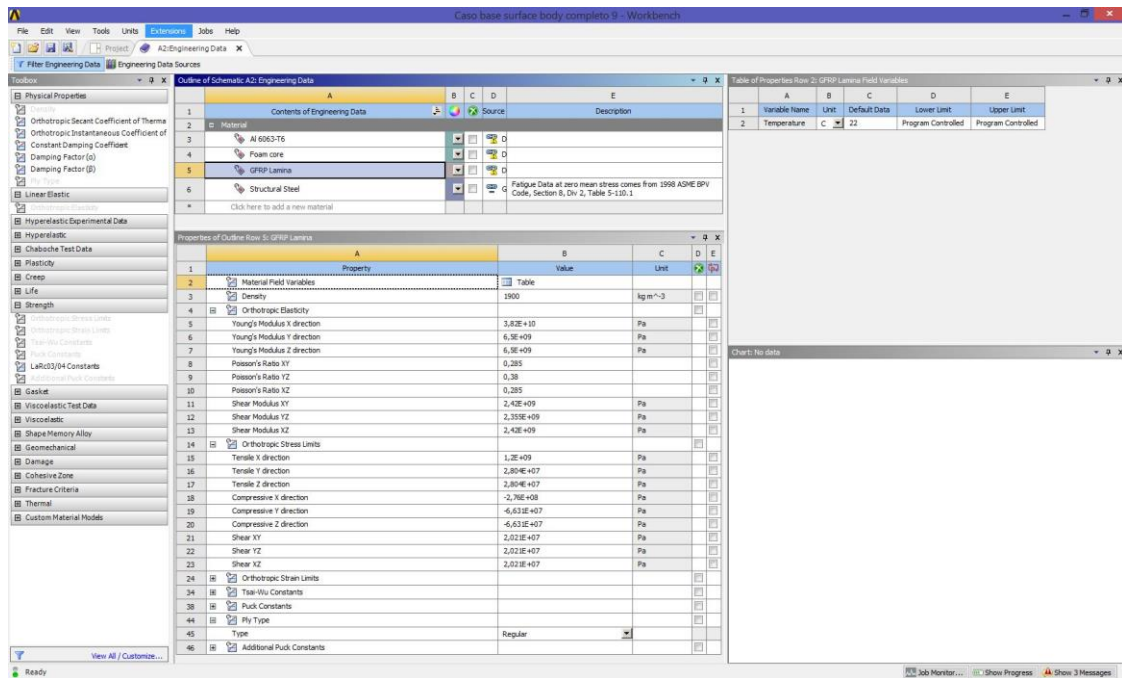
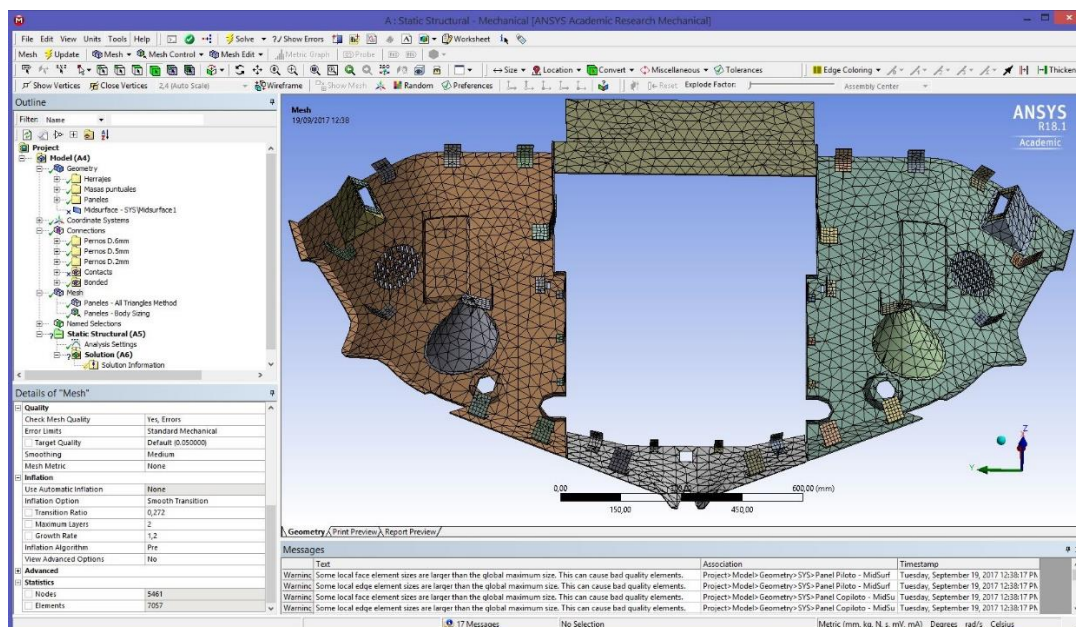


Figura 50. Ventana "Engineering Data" para GFRP.

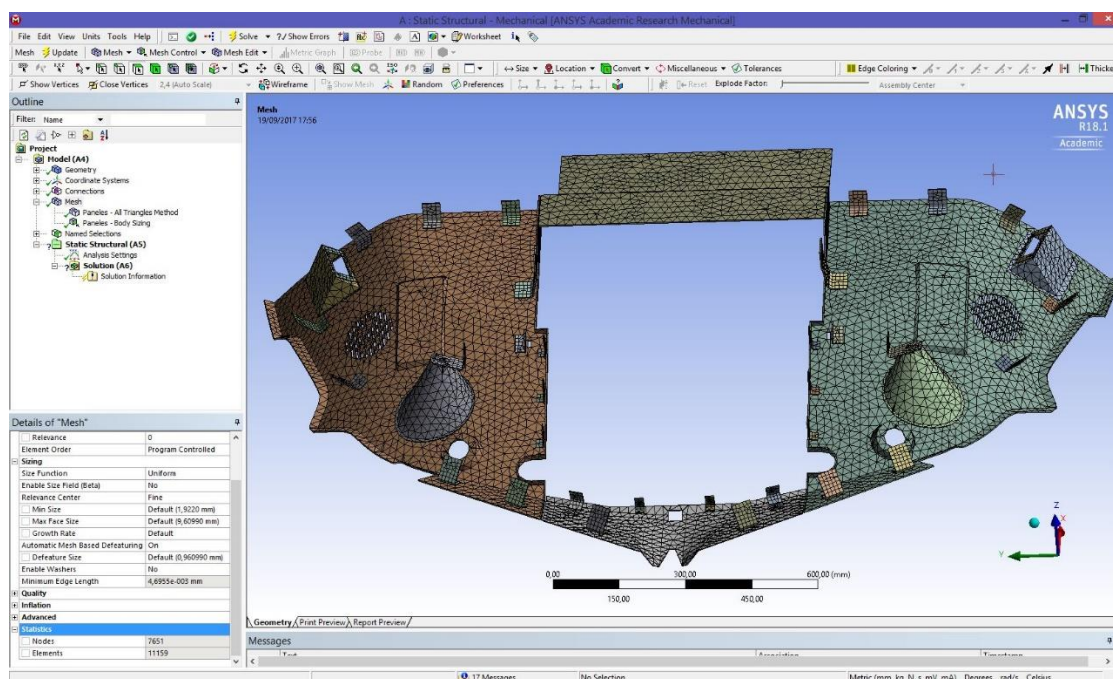
## 9.2. Mallado

2. El siguiente paso es cargar la nueva geometría con los cuerpos planos en "Geometry".
3. A continuación se edita "Model" para generar la malla de elementos finitos.
4. Con el propósito de mallarlos de forma diferente, se crearán dos "Named Selections", una para los paneles de material compuesto y otra para los herrajes de aluminio. De este modo podrán seleccionarse por separado según cada comando.
5. En "Mesh" se inserta un "Method", y se mallarán los herrajes y los paneles de forma distinta.
6. Para mallar los herrajes, se selecciona "All Triangles", ya que se recomienda mallar superficies planas con elementos triangulares. En este módulo, al usar esta herramienta las opciones se reducen, y resulta un menú más sencillo. Se inserta también un módulo "Sizing" para especificar un tamaño de elemento de 8 mm. Los herrajes no precisan de alta precisión en la malla, dado que no son el objeto de estudio, pero si los elementos son demasiado grandes quizá la distorsión de los taladros afecte a la transmisión de esfuerzos a los elementos "Beam" que actúan como pernos uniendo los herrajes a los paneles. Esto último no está muy claro, y por precaución se dejará ese tamaño, ya que permite al menos detectar una geometría de agujero.
7. Con respecto a los paneles, en primer lugar, se creará una malla poco densa para después refinar en zonas de interés, como se hizo previamente. Como con los herrajes, se utilizará un "Method" configurado para mallar con elementos "Triangle", y un "Sizing" para dejar el tamaño de elemento de 20 mm. Es un tamaño relativamente grande, pero desde el punto de vista de las zonas planas y simples, podría ser mayor. No se aumentó porque afectaba a la

configuración geométrica de varias zonas, distorsionándolas. Véase en las Figuras 51 y 52 cómo un tamaño de elemento excesivamente grande deforma las geometrías curvas de algunas partes de la zona delantera de los paneles laterales. Por prudencia, se prefiere no comprometer tanto las formas de las piezas.



**Figura 51. Tamaños de elemento.**



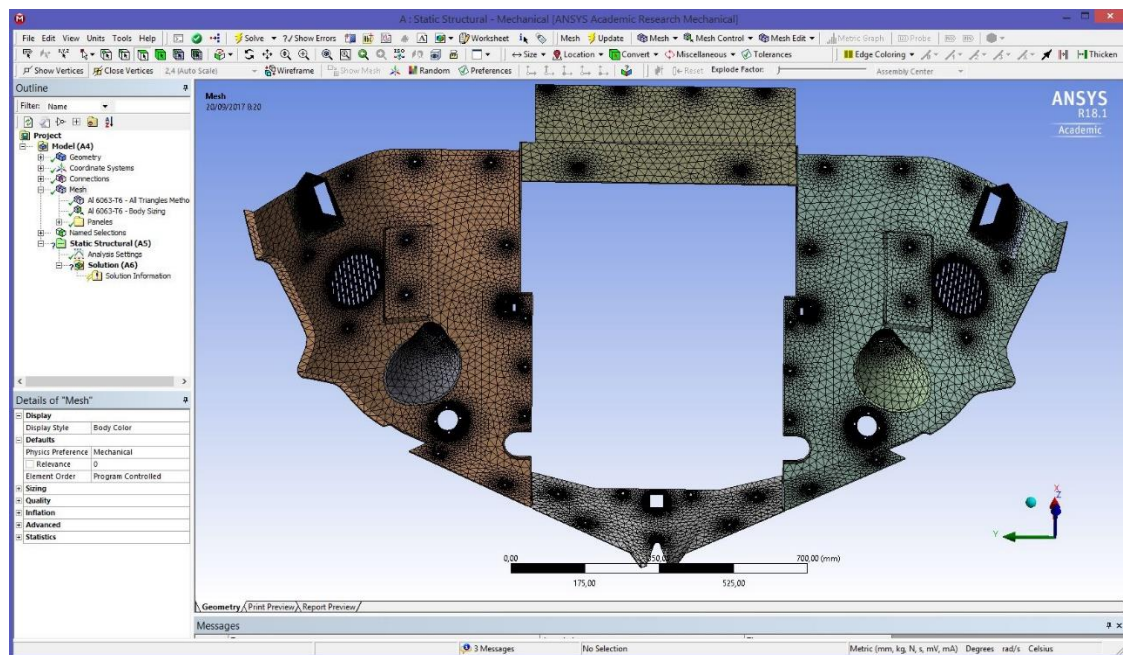
**Figura 52. Tamaños de elemento.**

8. Seguidamente se procede como en el caso anterior, y tras generar los sistemas de coordenadas necesarios para ubicar las esferas de influencia, se colocó una de ellas sobre cada región posiblemente comprometida por cargas o geometría compleja, usando la

herramienta "Sizing" en su forma "Sphere of Influence". Los radios de la esfera de influencia son típicamente de 6 mm, aunque en algún caso pueden ser de hasta 70 mm. El tamaño de elemento se fija en 2mm.

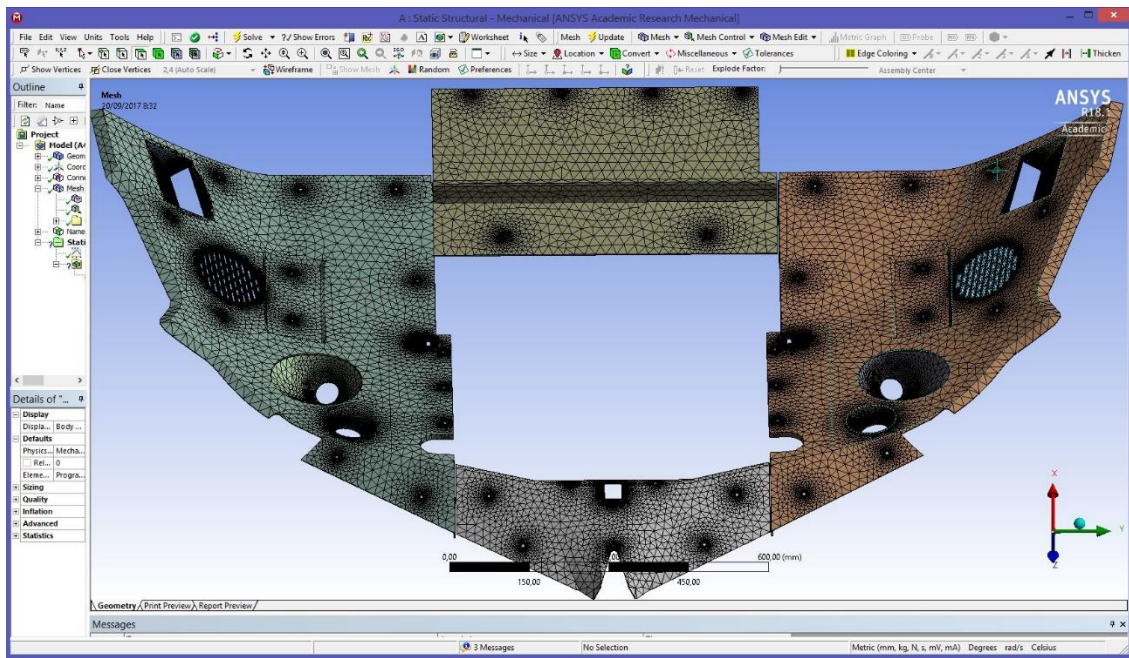
Dado que se verifica que el número de nodos y elementos al trabajar con cuerpos planos es mucho menor (con la malla general, antes de aplicar las correcciones para refinarla), se decide reducir el tamaño de los elementos finitos bajo la esfera de influencia, y prescindir del uso de "Inflation". De esta manera se tiene buena precisión y más homogeneidad en la forma de los elementos.

Tras mallar con todas las mejoras, queda el mallado definitivo, del cual se ofrecen dos vistas en las Figuras 53, 54 y 55, con los herrajes ocultos, y una más, mostrando todas las piezas incluyendo los herrajes. El número total de nodos (44805) y de elementos (83702), significativamente menor que la simulación con cuerpos sólidos.

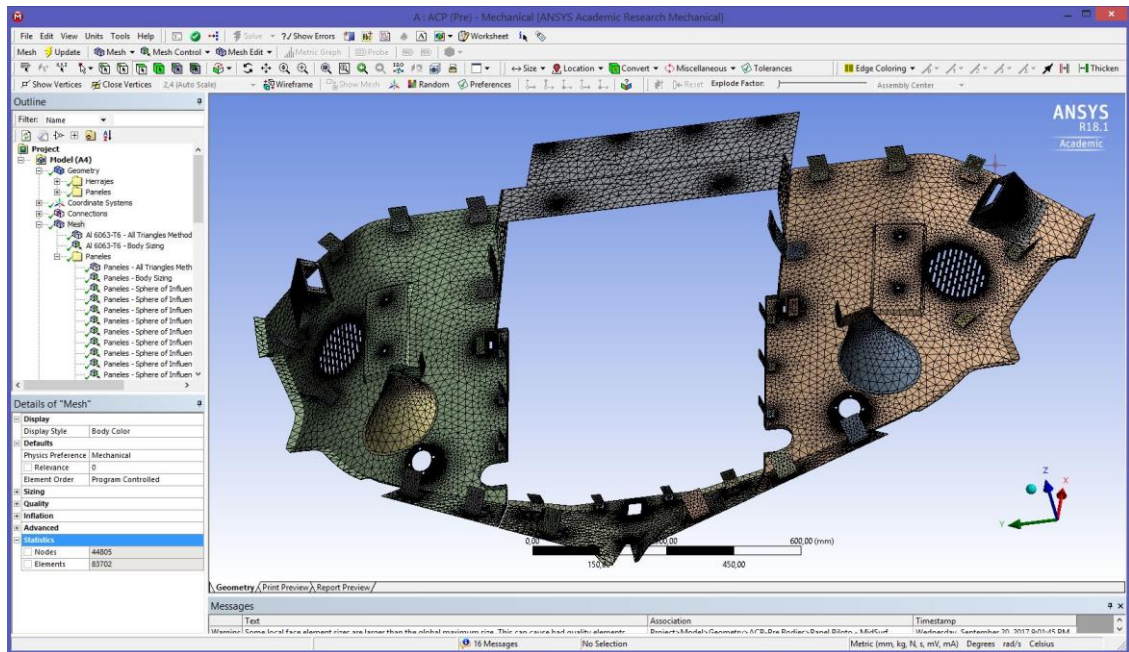


**Figura 53. Mallado definitivo.**





**Figura 54. Mallado definitivo.**



**Figura 55. Mallado definitivo.**

### 9.3. Configuración del laminado

9. Una vez finalizado el mallado, se abre "Setup". En el árbol de ACP-Pre, dentro de "ACP Model", accediendo a "Material Data" se encuentra "Materials", y se comprueba que se encuentran los materiales cargados.

10. En "Fabrics" se crean las láminas que serán usadas para formar los apilados. En nuestro caso, se creará una sola lámina de material compuesto unidireccional de fibra de vidrio. Se le da nombre ("GFRP\_Lamina\_0.2mm"), se le asigna el material correspondiente y un espesor de 0,2 mm. En la Figura 56 se muestra la ventana para definir la lámina.

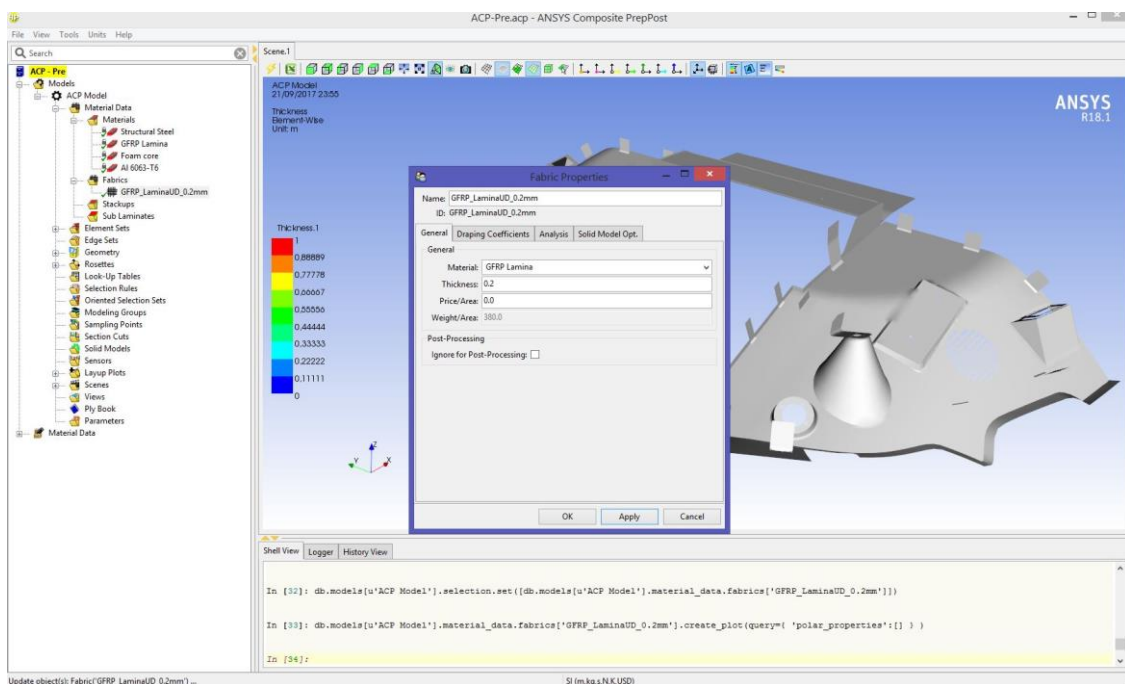
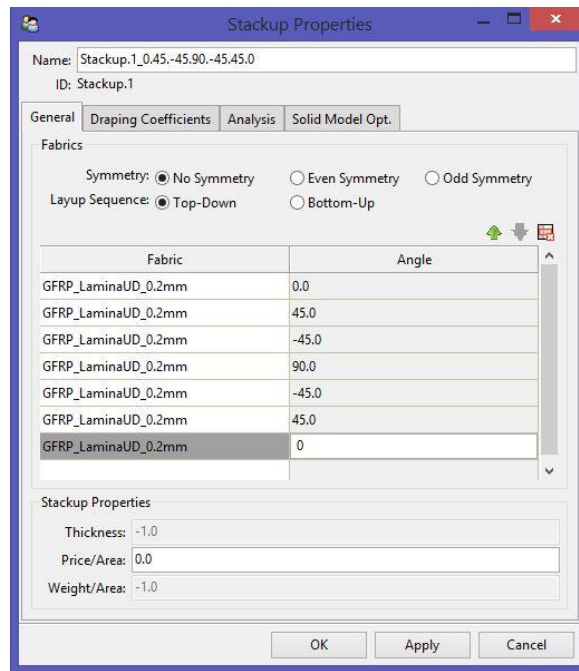


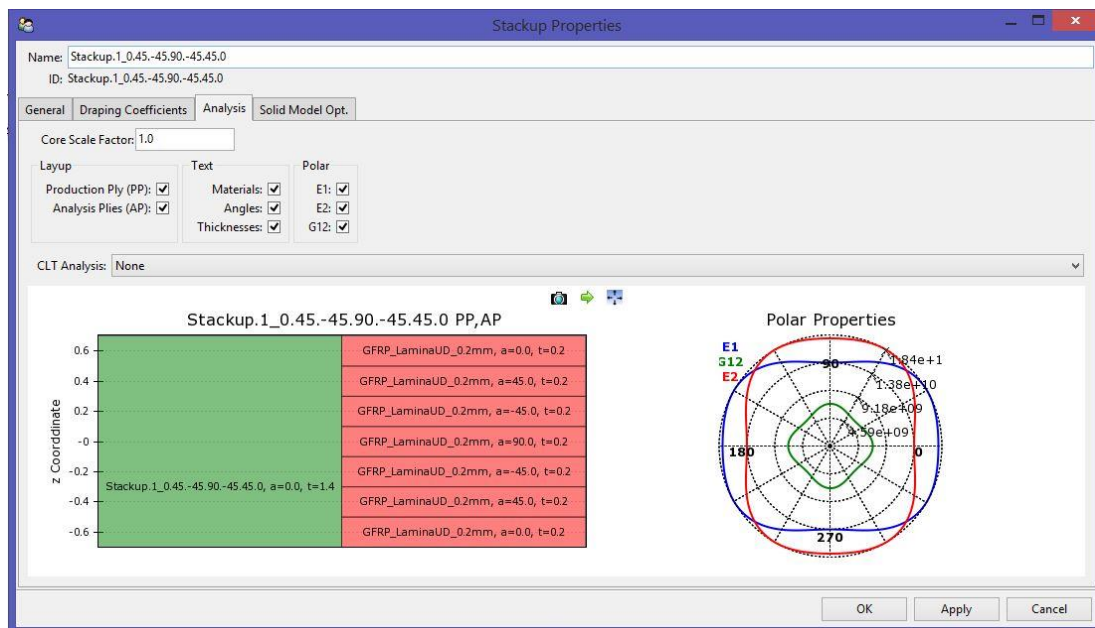
Figura 56. Definición de lámina.

11. Se creará un "Stackup" la rama homónima. Un "Stackup" es una combinación predefinida de "Fabrics", cuya estructura no puede ser modificada, pero es práctica para su asignación al laminado. En nuestro caso, los laminados a usar constarán de muy pocas láminas, por lo que podrá definirse el laminado completo dentro de un "Stackup". Entonces, al crear un "Stackup" se abre una ventana que, en la pestaña "General", permite configurar el orden de las láminas, especificando su material y su ángulo de orientación. Se puede variar el tipo de secuencia ("Top-Down", "Bottom-Up") y se puede especificar el tipo de simetría para que el programa genera la imagen simétrica o antisimétrica. Como se comentaba antes, aunque los laminados a estudiar puedan ser simétricos, son tan pocos que es práctico simplemente definirlo completamente detallando todas las láminas. En la Figura 57 puede verse dicha ventana.



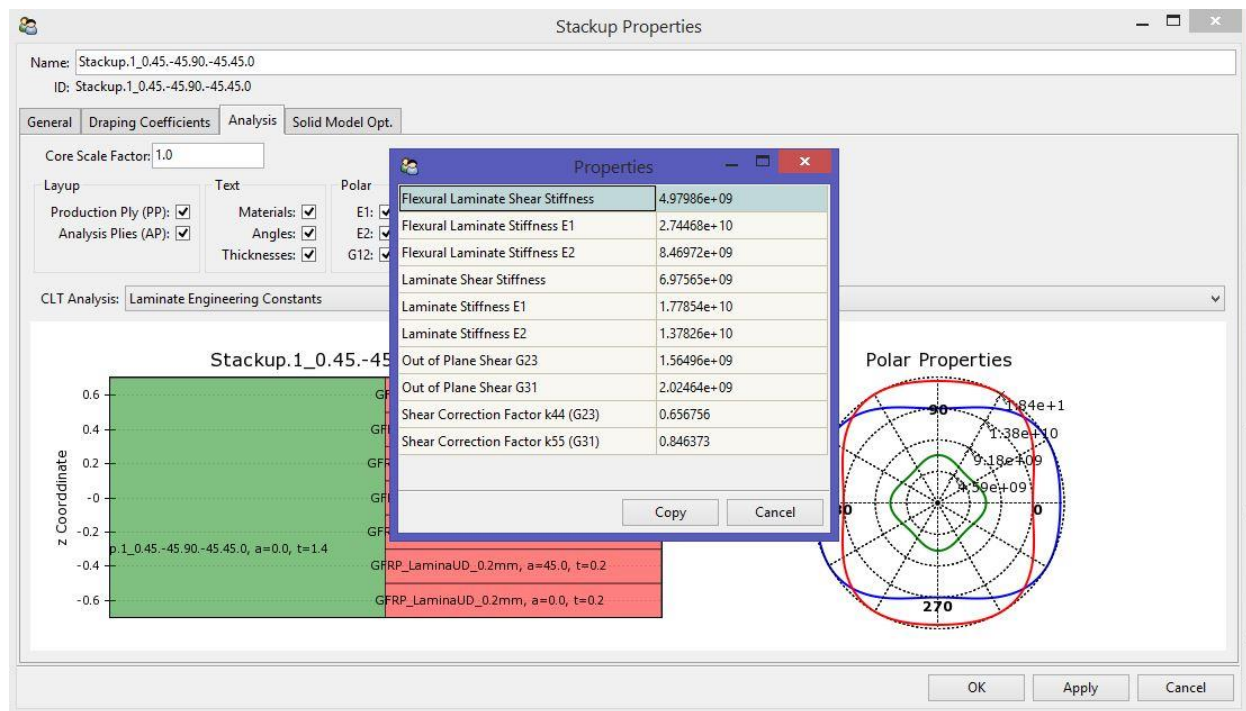
**Figura 57. Definición de "Stackup".**

12. En la misma ventana, en la pestaña "Analysis" se muestra un esquema que muestra la configuración del apilado, así como un diagrama que muestra de manera polar las principales propiedades elásticas del laminado. Además, el campo identificado como "CLT Analysis" (CLT significa "Teoría Clásica de Laminado") permite acceder a opciones como el cálculo de las constantes ingenieriles del laminado y de sus matrices de rigidez y flexibilidad, cuyos resultados pueden incluso exportarse. Dichas opciones se muestran en las Figuras 58, 59 y 60.

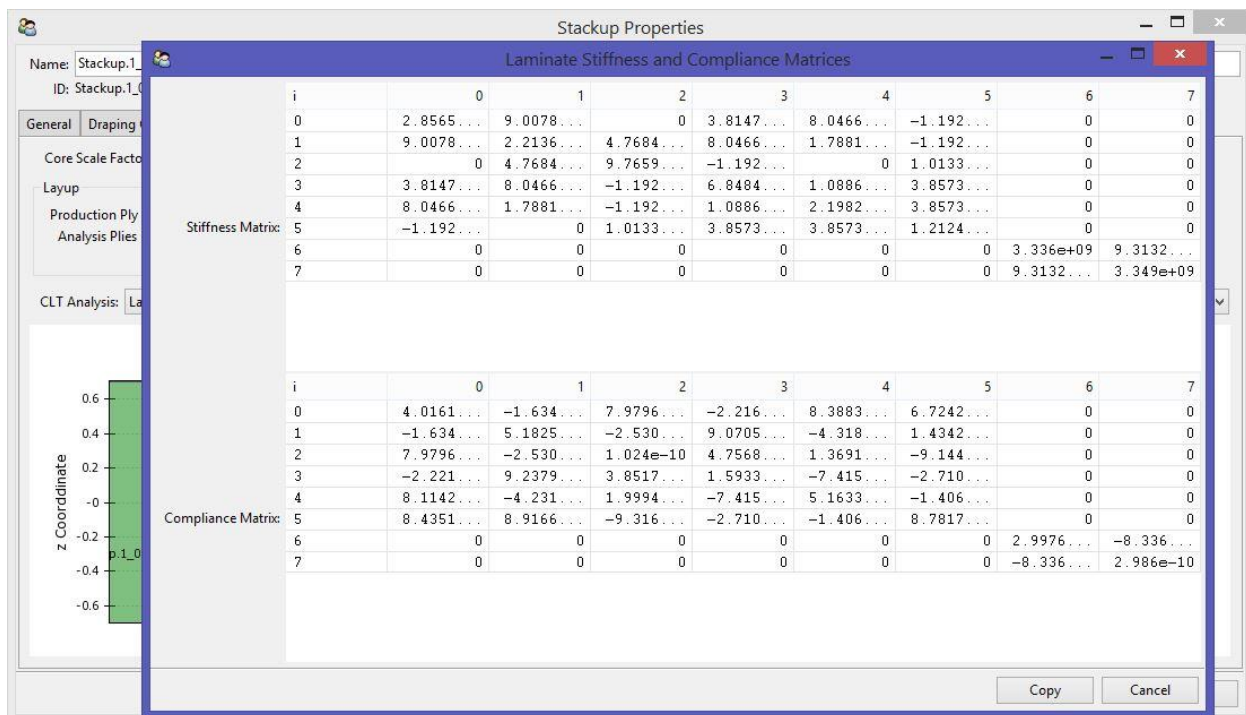


**Figura 58. Opciones en el análisis del "Stackup".**



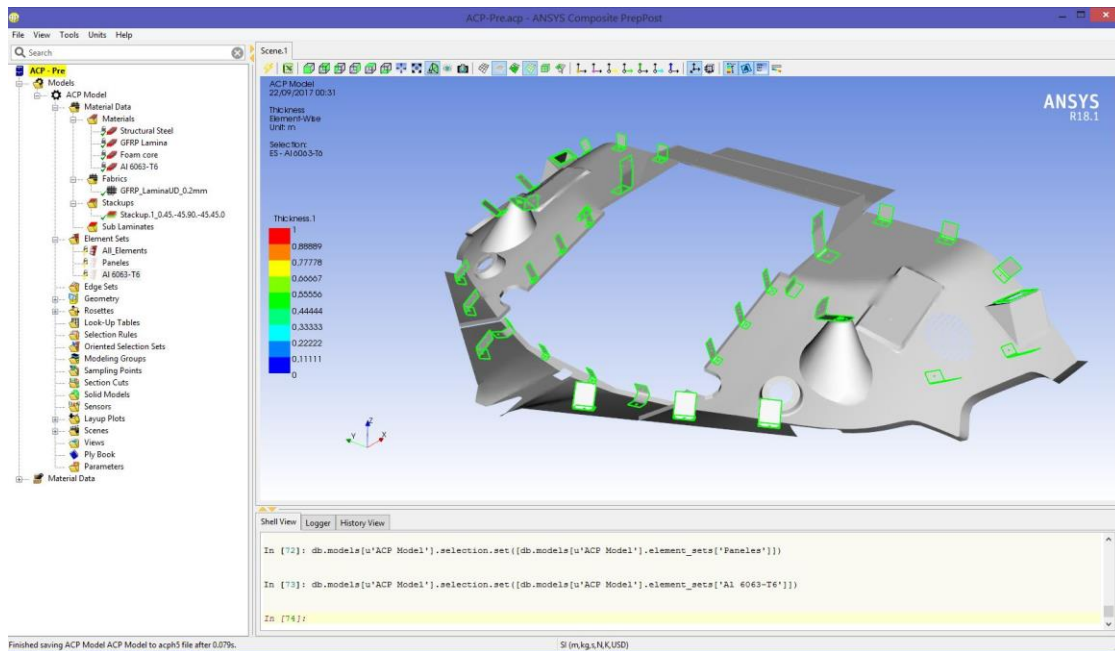


**Figura 59. Opciones en el análisis del "Stackup".**



**Figura 60. Opciones en el análisis del "Stackup".**

13. En "Element Sets" se comprueba que estén correctamente definidos los conjuntos (basados en las "Named Selections" del módulo "Mechanical") con los que se va a asignar los compuestos a las piezas deseadas (Fig. 61).



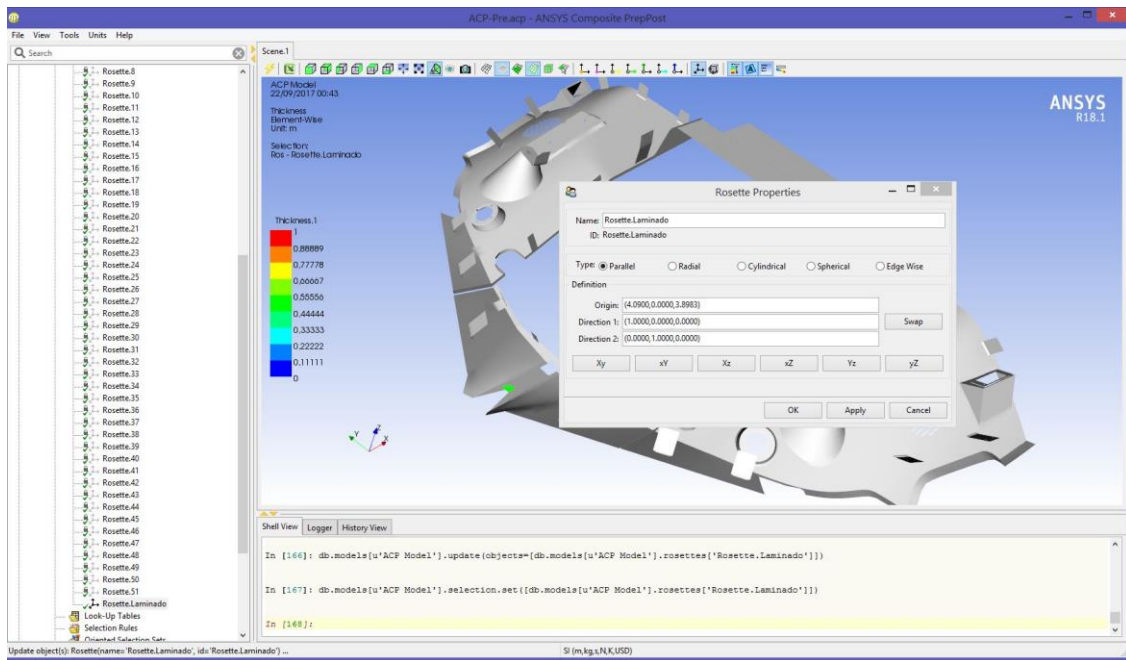
**Figura 61. "Element Sets".**

14. Se creará un sistema de ejes de referencia para orientar las direcciones del laminado, de manera que la dirección x en el sistema coincide con la orientación 0° del laminado. Para ello, en "Rosettes", se crea uno nuevo, definiendo las coordenadas globales del origen del "Rosette", así como las de los dos ejes que forman el plano principal del laminado, como se aprecia en la Figura 62.

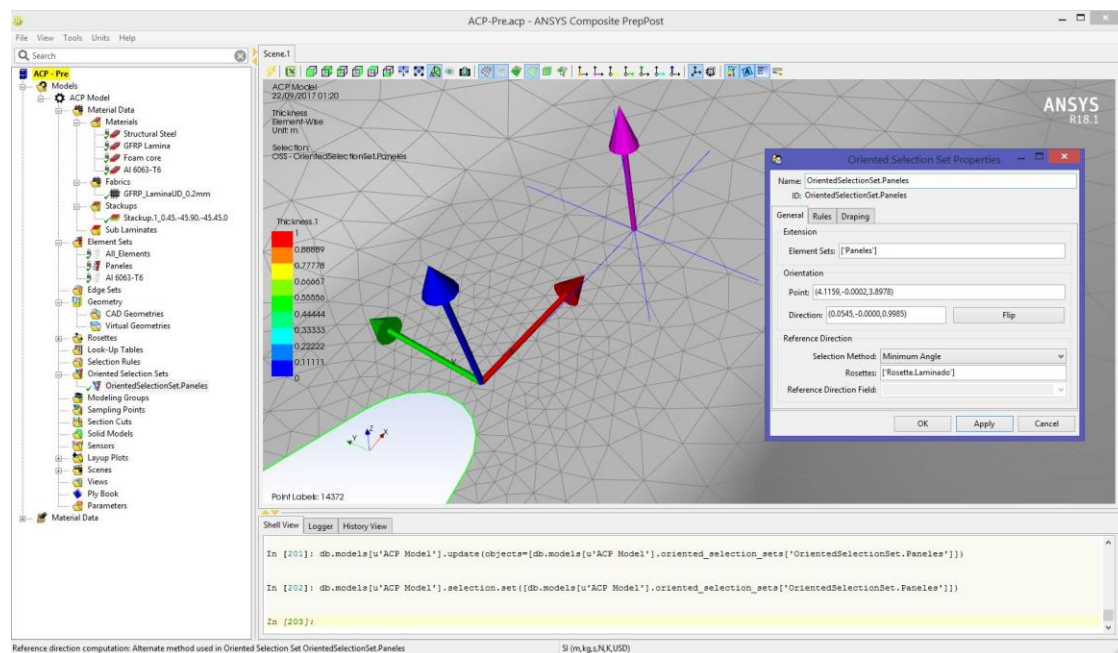
15. A continuación se crea un "Oriented Selection Set", que es el resultado de asociar una "Rosette" a un "Element Set", y definir así la orientación del laminado en los cuerpos de dicho "Element Set". Al abrirse la ventana, se nombra adecuadamente, y se asocia el "Element Set" correspondiente haciendo *click* entre los corchetes dentro del campo identificado como "Element Sets", e inmediatamente haciendo *click* en el "Element Set" deseado en el árbol: esto lo selecciona, y se añade en el campo. Para la orientación, se hace *click* dentro del campo "Point", e inmediatamente después se hace *click* en algún elemento de la superficie de una parte representativa del "Element Set". Se procede de la misma manera con el campo "Direction" para determinar la normal al elemento, lo que define la dirección de apilado. Por último, el mismo mecanismo se utiliza para seleccionar el "Rosette" adecuado.

La ventana con sus campos, así como los ejes de referencia seleccionados, pueden verse en la Figura 63.





**Figura 62. Definición de "Rosettes".**

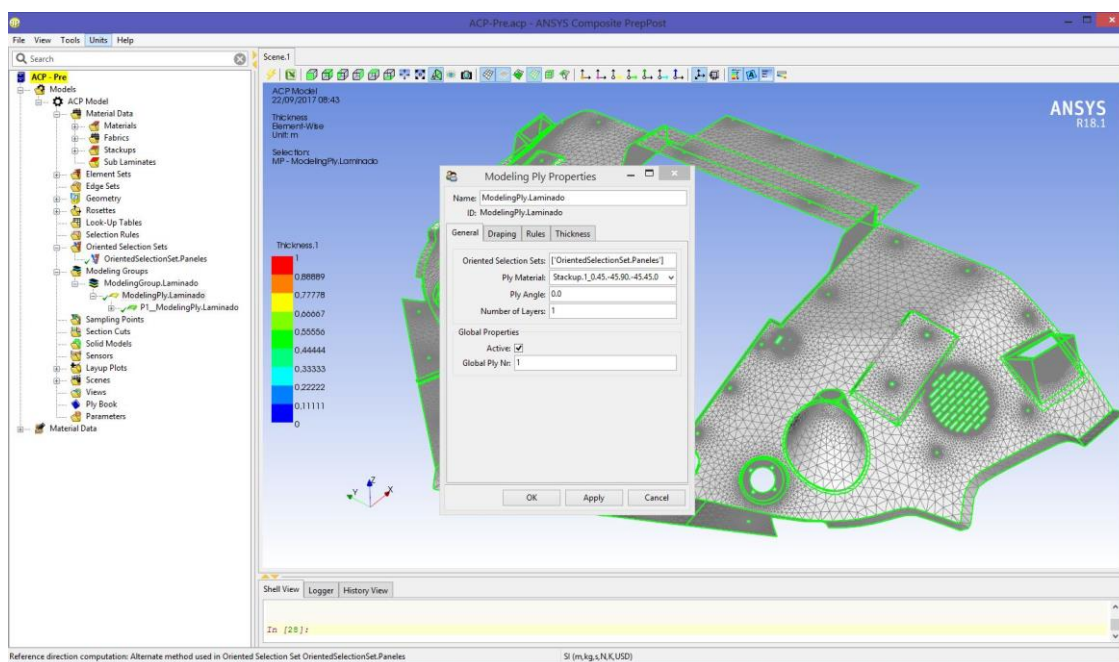


**Figura 63. Definición de "Oriented Element Sets".**

El siguiente paso es crear una capa o "Ply". En otras situaciones puede ser útil para dar un orden a los diversos "Stackups" en distintas zonas que tendrán sendos laminados particulares. En este caso, el "Ply" se compondrá únicamente del "Stackup" definido anteriormente.

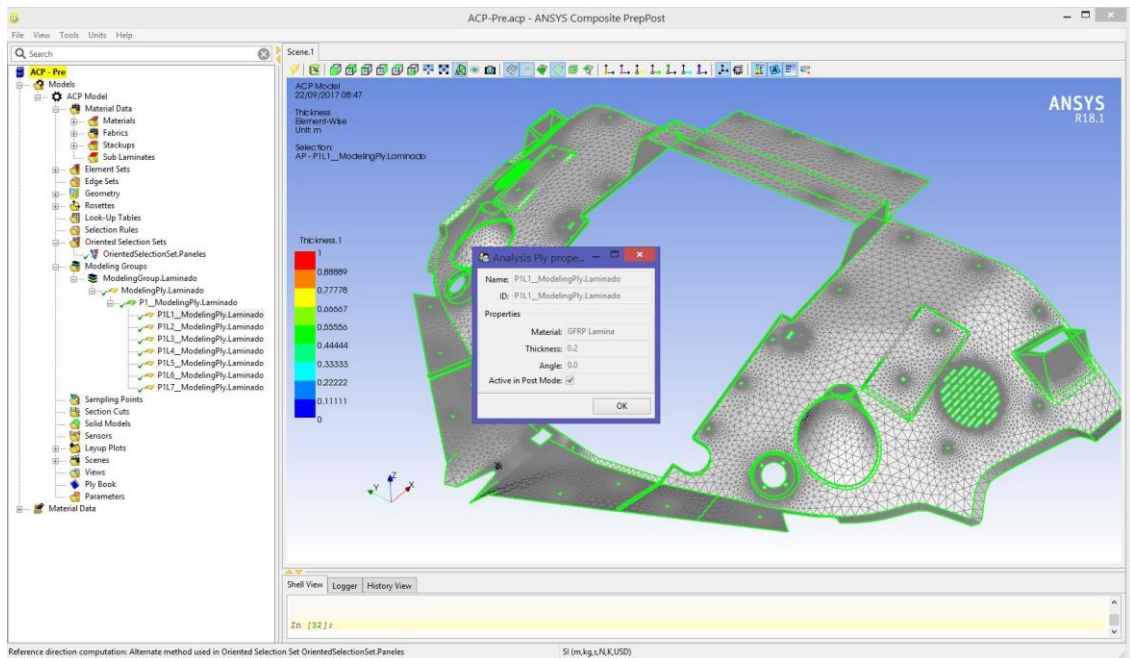
16. En "Modeling Groups" se crea un "Modeling Group" dándole un nombre adecuado. Luego, con el botón derecho en dicho "Modeling Group" se accede a "Create Ply". En la ventana que se abre se selecciona el material del que se compondrá el "Ply": puede ser tanto

un "Fabric" individual como un "Stackup" o un "Sublaminado". En este caso se elige el "Stackup" previamente creado. Al hacer *click* entre los corchetes de "Oriented Element Sets" y luego en el "Oriented Element Set" existente, queda seleccionado. Existen en la solapa "General" más parámetros, como número y ángulo de capas, y en la solapa "Thickness" se puede variar el espesor de acuerdo con una geometría auxiliar, pero en este caso no se necesita actuar sobre ninguno de estos comandos, al ser un caso muy simple. La Figura 64 muestra dicha ventana ya rellena con los datos necesarios.



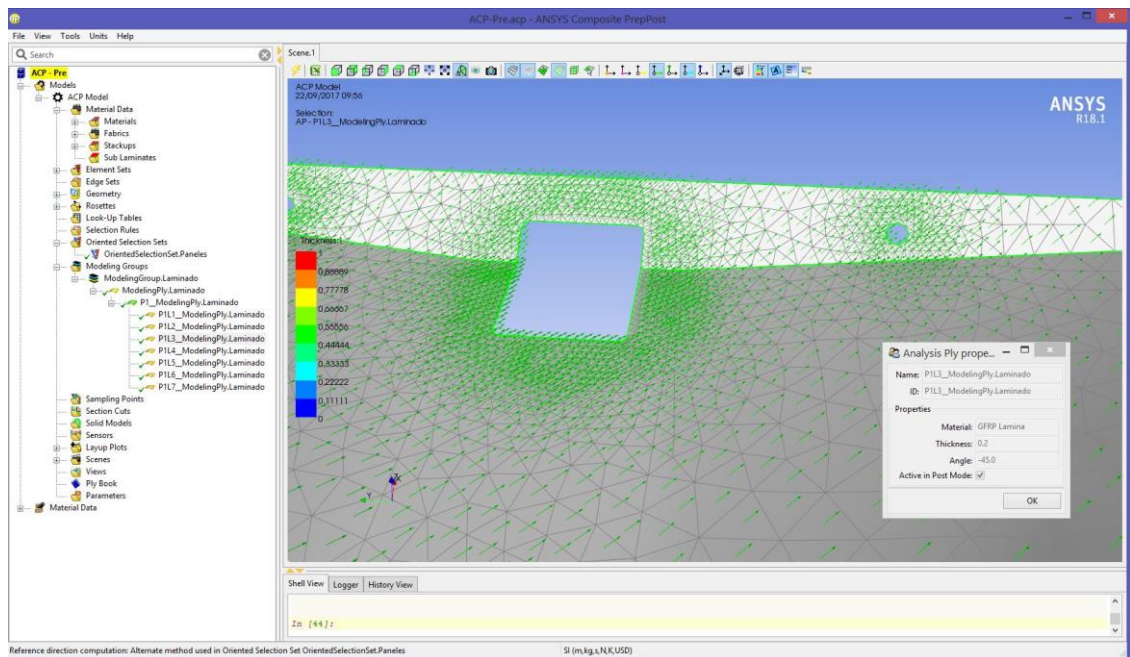
**Figura 64. Modeling Ply.**

17. En la Figura 65 se aprecia la jerarquía de niveles dentro de "Modeling Groups", en particular dentro del único presente aquí, con el nombre de "ModelingGroup.Laminado". En el nivel superior, llamado "Modeling Ply" (llamado aquí "ModelingPly.Laminado"), es donde se definen la selección de *Fabrics* y los *Oriented Element Sets*. Dentro de "ModelingPly.Laminado" se observa otro nivel, "Production Plies", donde se ubican los "Stackups", como el antes definido, que aquí se denota como "P1\_ModelingPly.Laminado". Por último, dentro de este "Stackup" pueden verse las 7 láminas individuales del laminado, que pertenecen al nivel más bajo, y que al hacer doble *click*, permiten ver su material, espesor y ángulo.



**Figura 65. Jerarquía dentro de "Modeling Groups".**

18. La barra de herramientas superior permite mostrar, para una lámina determinada, diversas orientaciones como la de referencia, la normal y la de la fibra. En la Figura 66 se ilustra un ejemplo, mostrando la orientación de la fibra en la lámina 3, orientada a  $\theta = -45^\circ$ .

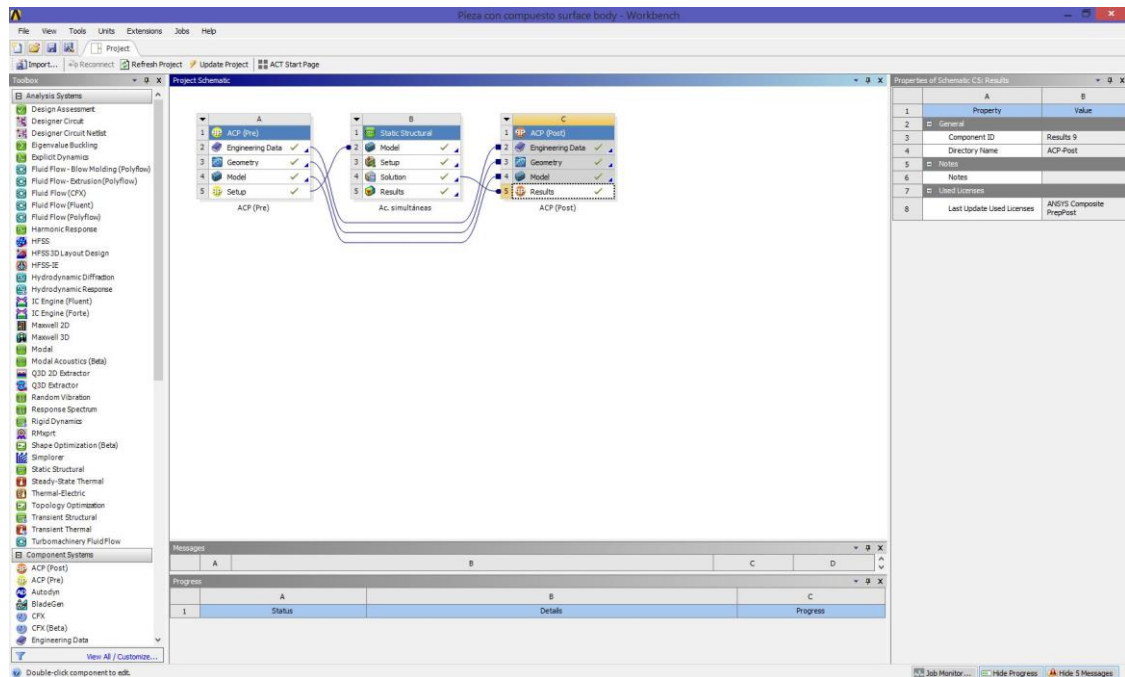


**Figura 66. Orientación lámina 3.**

19. Ya está definido el laminado. Ahora, tras arrastrar un módulo "Static Structural", se arrastrará "Setup" de "ACP(Pre)" para conectarlo con "Model" de "Static Structural", seleccionando "Transfer Shell Composite Data" de entre las dos opciones que aparecen tras hacer el arrastre.

## 9.4. Postproceso

20. Para el post-procesado de los resultados, se arrastra un módulo "ACP(Post)", que será conectado con los otros dos en la forma que se aprecia en la Figura 67.

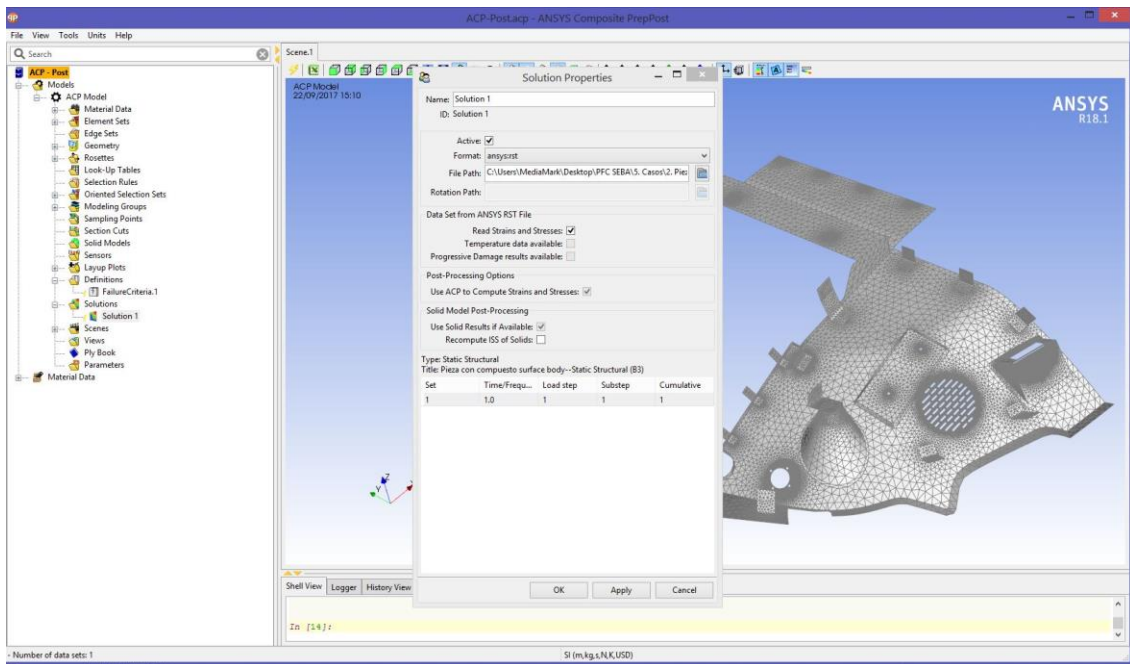


**Figura 67. Conexión entre módulos en Workbench.**

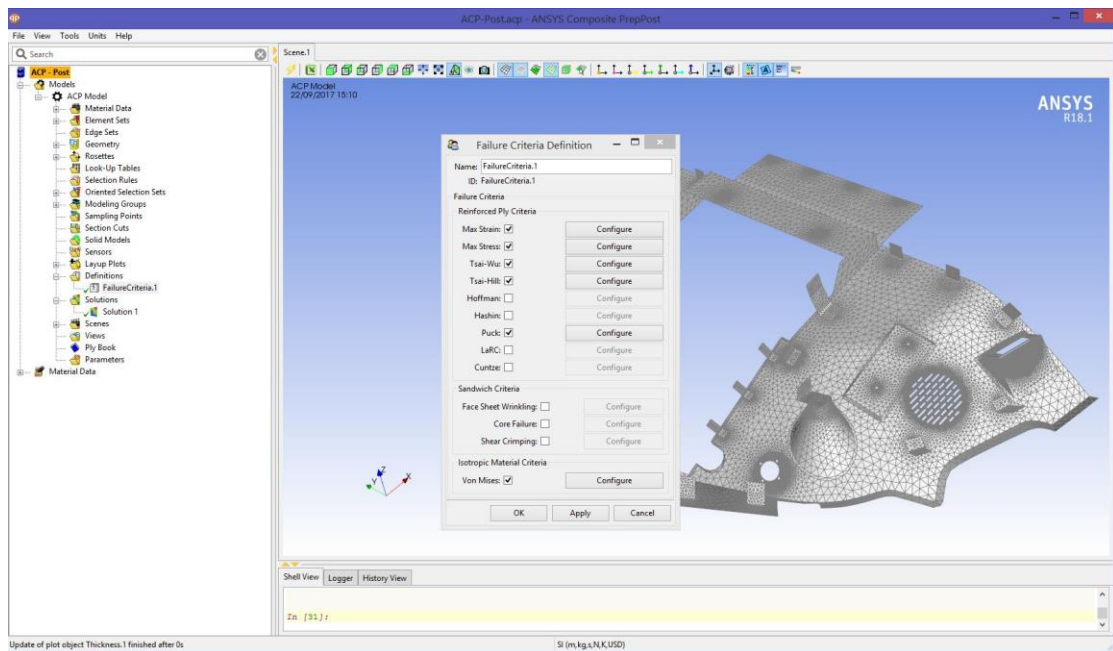
21. En "ACP(Post)", lo primero tras abrirlo es abrir "Solution.1", que está dentro de "Solutions" en el árbol, y revisar si los parámetros expuestos en esa ventana corresponden a lo que se desea. No se precisa hacer ningún cambio en este caso. En la Figura 68 se ve en qué consiste dicha "Solution.1".

22. En "Definitions" aparece un elemento "FailureCriteria.1", que permite configurar los criterios de fallo que se pretende evaluar. Los que se tendrán en cuenta en este estudio serán: máxima tensión, máxima deformación, Tsai-Wu y Tsai-Hill. En la Figura 69 se muestra la ventana correspondiente a este elemento.





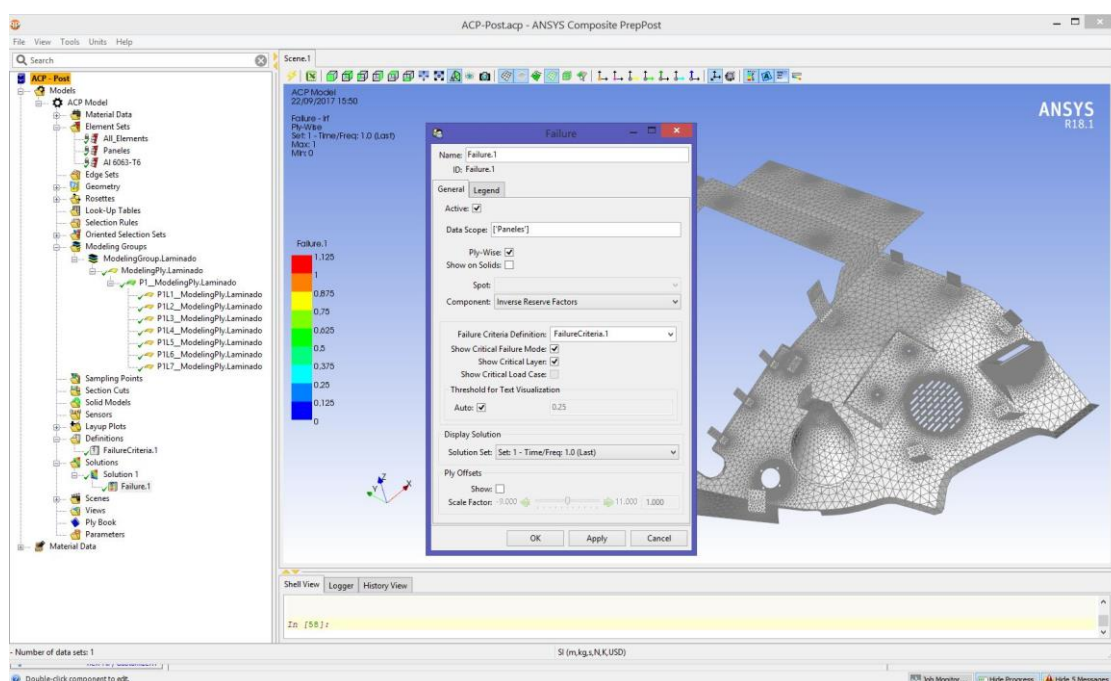
**Figura 68. "Solution.1"**



**Figura 69. "Failure Criteria.1".**

23. En "Solution 1" pueden crearse objetos que definen los tipos de solución que se desea obtener, y pueden configurarse varios del mismo tipo, para diferentes visualizaciones de la información. Por ejemplo, al seleccionar "Create Failure", se abre una ventana para configurar la información que se desea. En "Data Scope" se selecciona el "Element Set" donde están las piezas de composite: esto es, "Paneles". Se marca la casilla "Ply-Wise", lo que permite evaluar el estado capa por capa. En "Failure Criteria Definition", se selecciona

el criterio en el que se trabajó, es decir, "*FailureCriteria.1*". Se marcan las casillas "*Show Critical Failure Mode*" y "*Show Critical Layer*", ya que simplifican las tareas de averiguar qué criterio de fallo se cumple antes y en qué capa, respectivamente. En la Figura 70 se ve el aspecto de "*Failure.1*" tras su configuración.



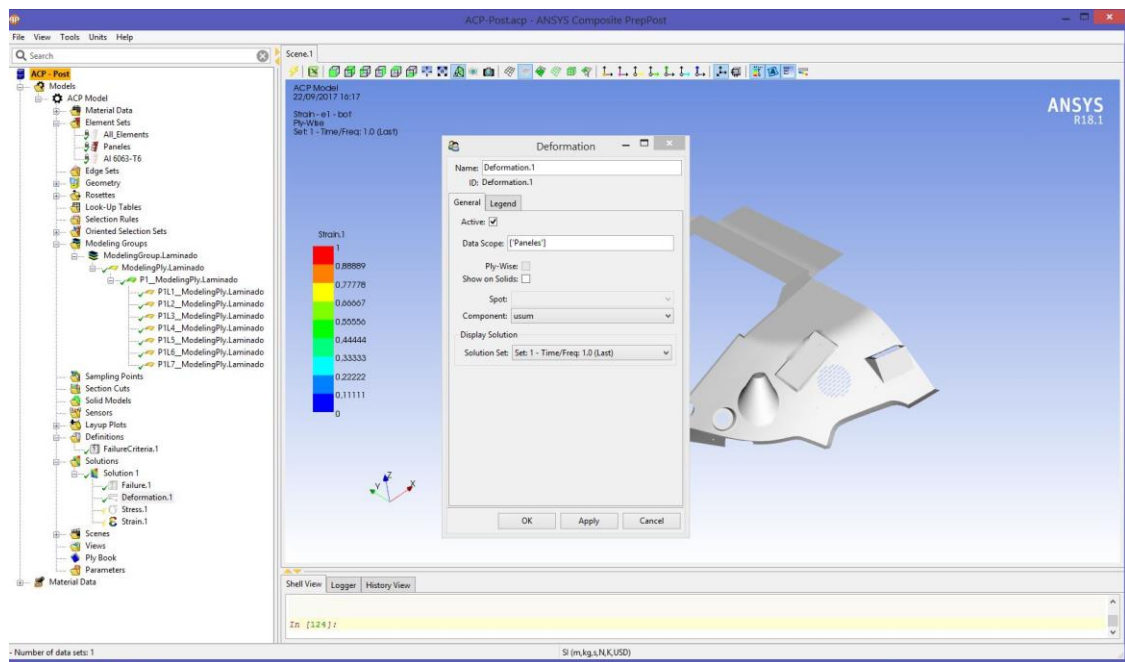
**Figura 70. Configuración de "Failure.1".**

24. Al seleccionar "*Create Deformation*", se abre la correspondiente ventana para configuración. Se selecciona el "*Element Set*" correspondiente, es decir, "*Paneles*", y no hay más aspectos relevantes que especificar. La Figura 71 muestra dicha ventana.

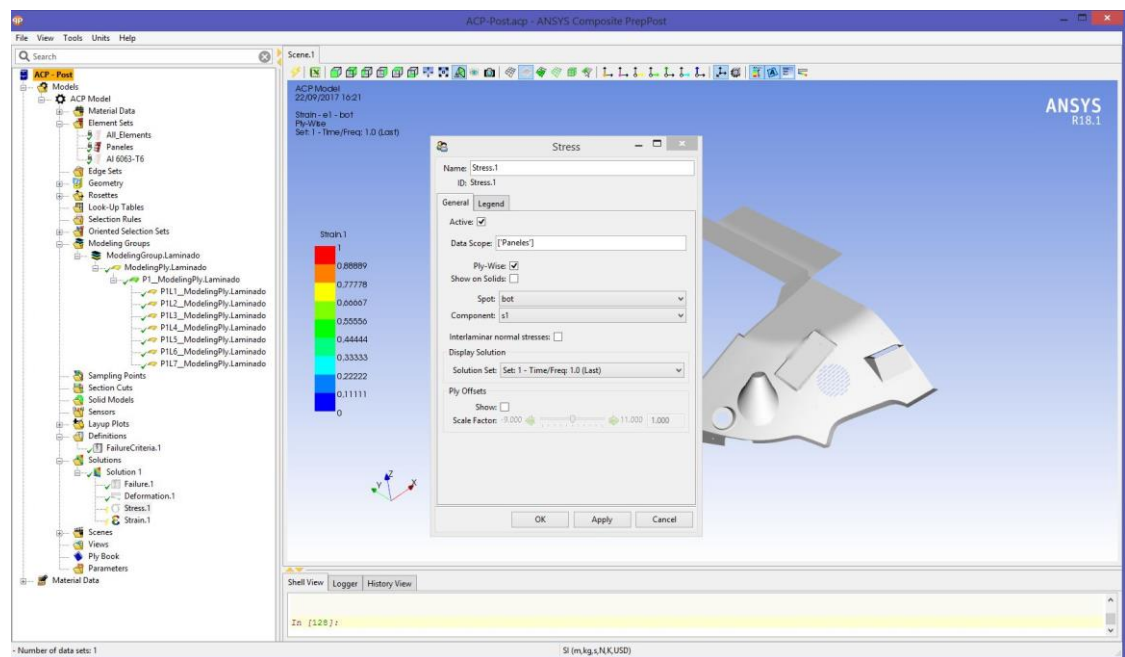
25. Al seleccionar "*Create Stress*", se abre la correspondiente ventana. Como en los demás casos, en "*Data Scopes*" se selecciona "*Paneles*" y se marca "*Ply-Wise*". Los campos "*Spot*" y "*Component*" permiten elegir tipo de tensión. La Figura 72 ilustra la ventana de "*Stress*".

26. De la misma forma, si se crea "*Strain*", en la ventana se selecciona "*Paneles*" como "*Element Set*", se marca la casilla "*Ply-Wise*" y se elige tipo de deformación, como se muestra en la Figura 73.

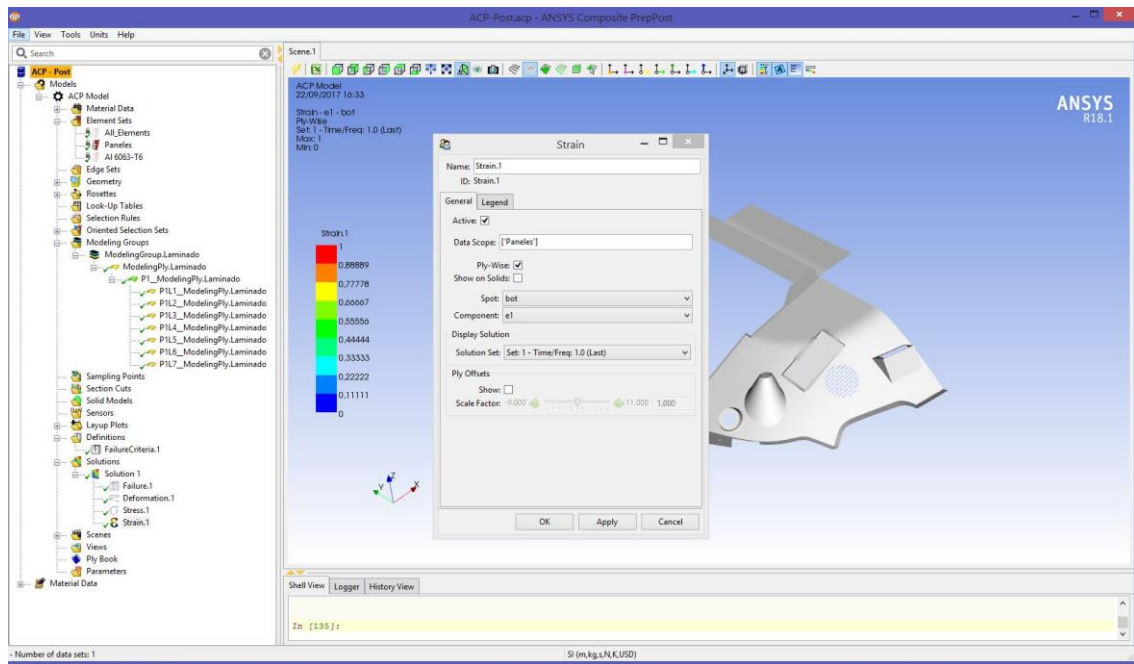
27. Al hacer "*Create Failure*", en la ventana se selecciona "*Paneles*" como "*Element Set*", se marca la casilla "*Ply-Wise*" y se configura el tipo de información sobre el fallo, como se muestra en la Figura 74.



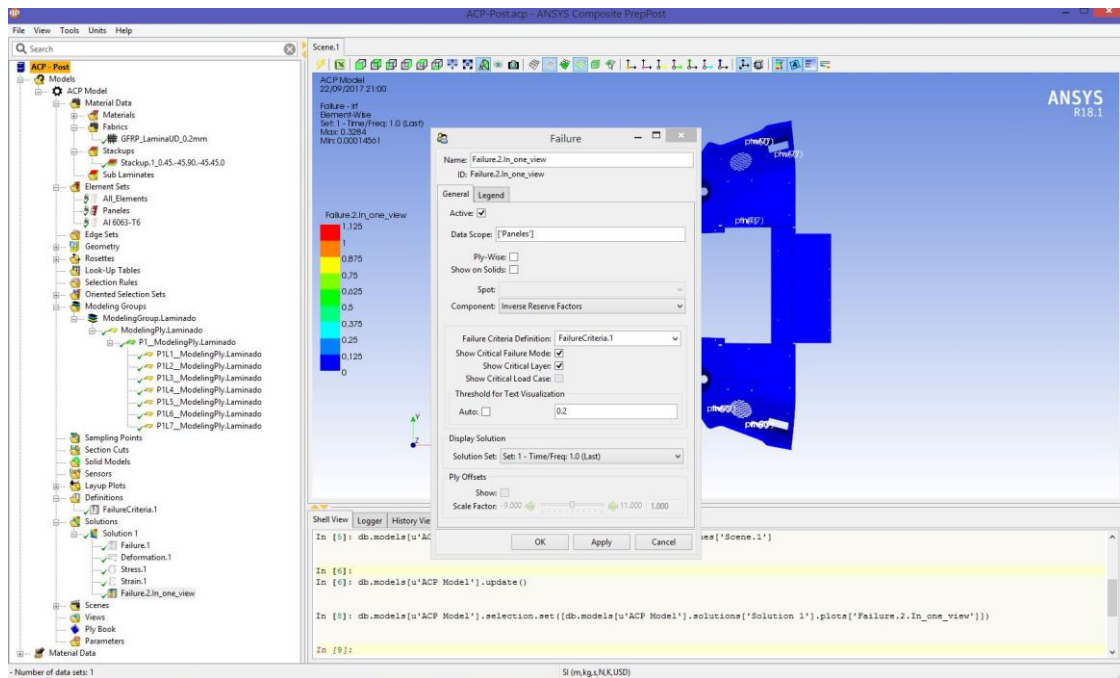
**Figura 71. “Deformation”.**



**Figura 72. “Stress”.**



**Figura 73. “Strain”.**

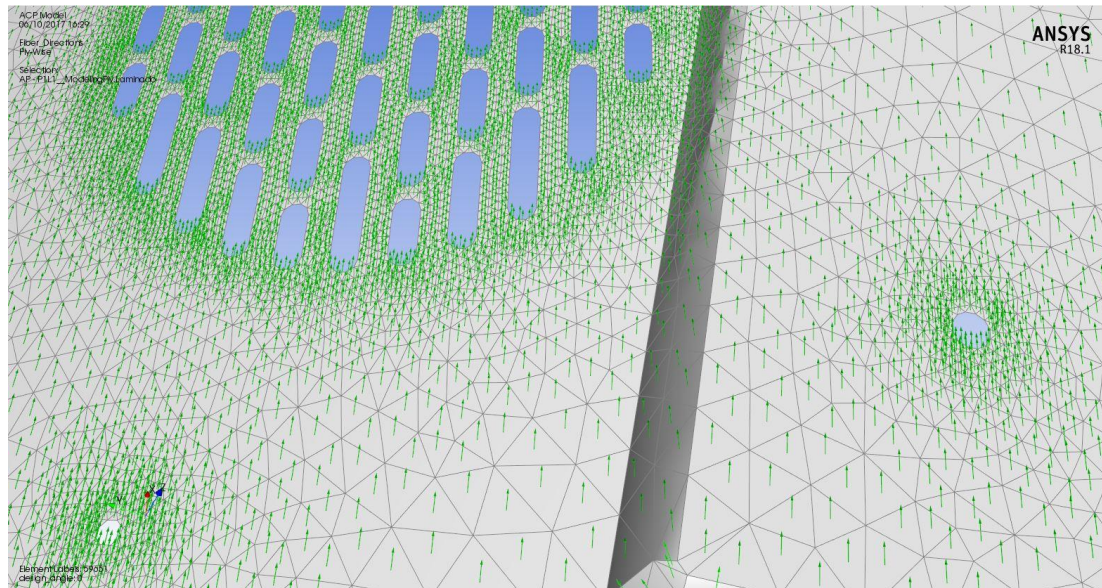


**Figura 74. “Failure”.**

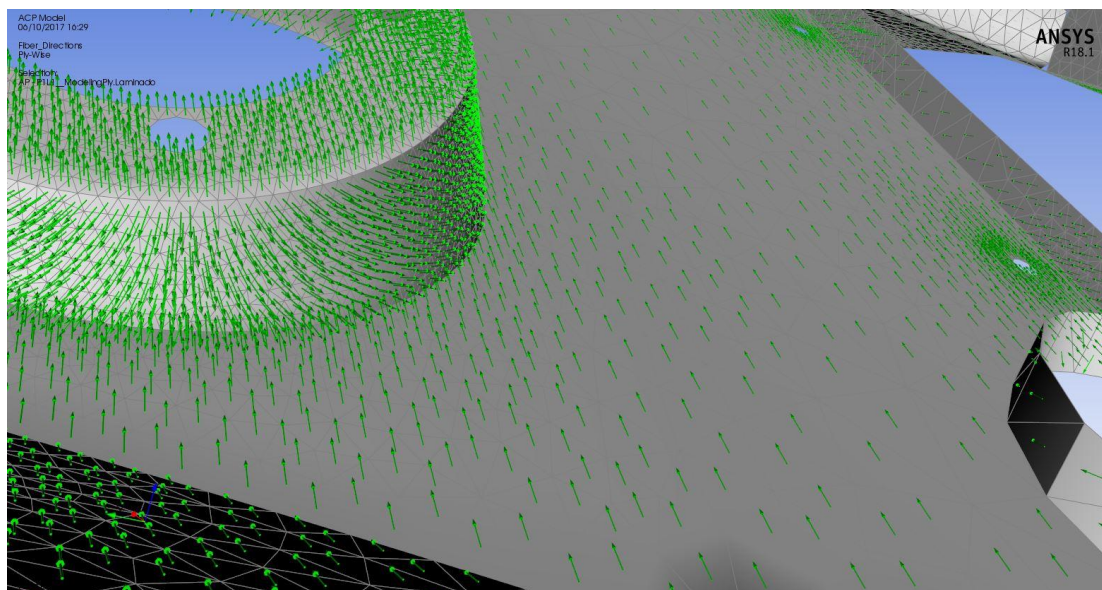
Por último, al activar comandos de la tabla de herramientas de la “Scene” (justo encima de la ventana que muestra la geometría, se puede ver las orientaciones de los ejes de referencia, del criterio de apilado, de la normal y de cada lámina, cuando ésta esté señalada. Se procedió a tomar imágenes de la fibra número 1, que se encuentra a  $0^\circ$ , y por ello coincide



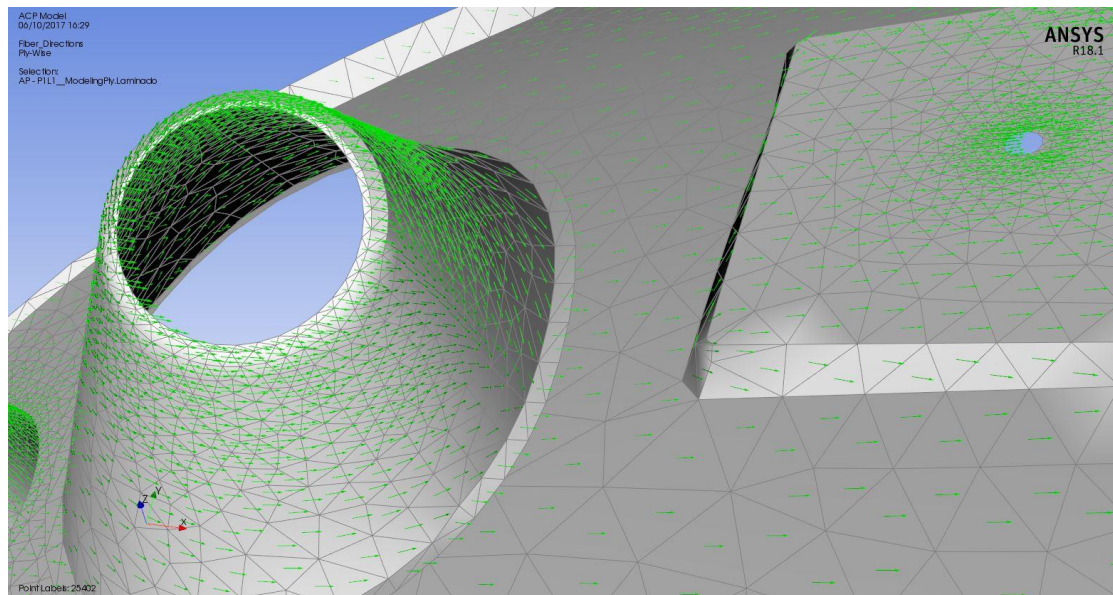
con el eje longitudinal de referencia. A continuación, se ofrecen algunas de esas tomas para ilustrar la orientación que ANSYS le dio al laminado.



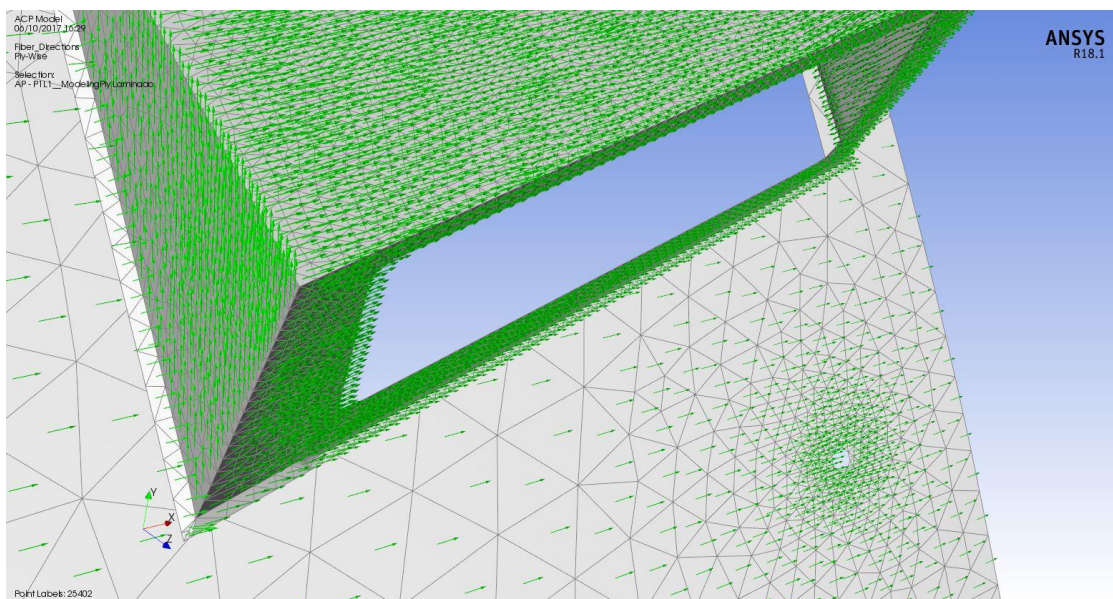
**Figura 75. Orientación del laminado.**



**Figura 76. Orientación del laminado.**

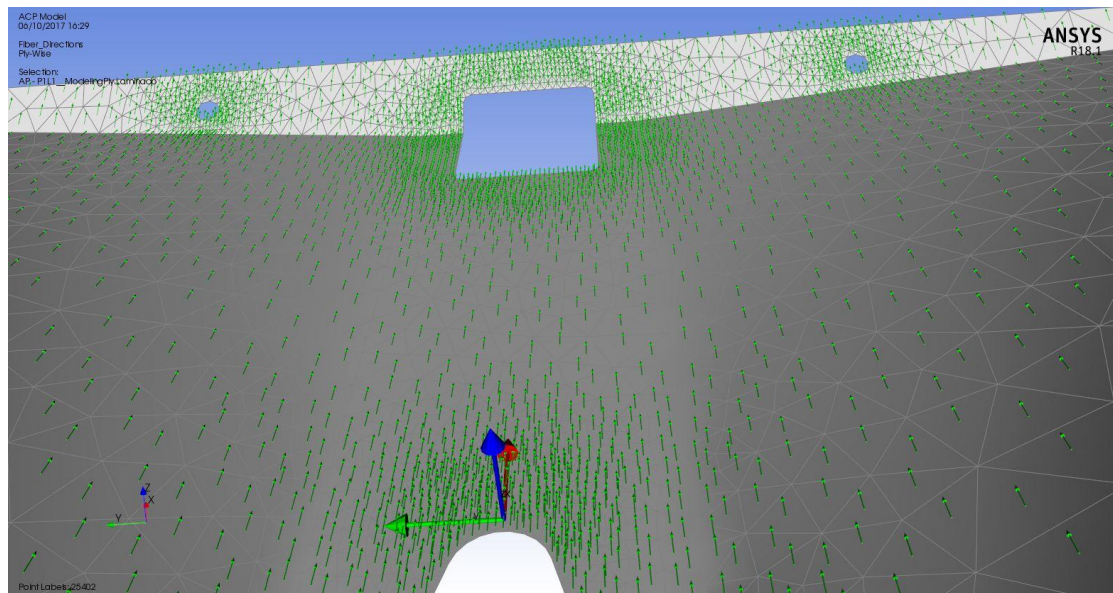


**Figura 77. Orientación del laminado.**

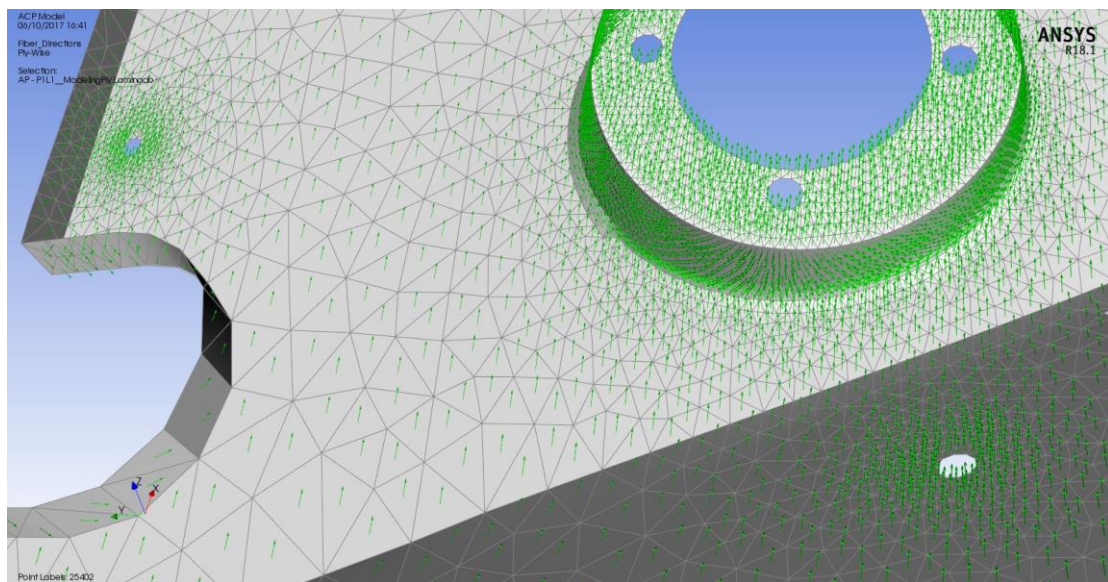


**Figura 78. Orientación del laminado.**





**Figura 79. Orientación del laminado.**



**Figura 80. Orientación del laminado.**

## 10. RESULTADOS

A continuación, se recogen todos los resultados derivados del trabajo de simulación informática, mediante ANSYS, de los dos modelos alternativos. En primer lugar, se mostrará el resultado del análisis modal, para luego proceder a analizar el estado tensional y los desplazamientos que hayan sufrido las piezas del sistema.

### 10.1. Frecuencias y modos propios

Mediante el uso del módulo “Modal” de ANSYS se procedió a realizar un análisis modal del modelo. Se decidió obtener las 10 primeras frecuencias y modos propios del sistema. Los resultados obtenidos se presentan en tablas en las que se enumeran los modos de vibración, y se adjuntan sus frecuencias propias, más los factores de participación y las masas efectivas.

Observando, para un modo determinado, los factores de participación y las masas efectivas, puede hacerse una idea aproximada de cómo está siendo afectada la estructura por esa vibración. Las tablas ofrecen esos datos para cada uno de los dos modelos analizados.

Los valores que se observan en las tablas ofrecidas directamente por ANSYS no denotan las unidades en que se expresan los valores, por lo que seguidamente se especifican las unidades de los parámetros no adimensionales que aparecen en las tablas.

- La frecuencia corresponde a  $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$ , y por lo tanto se expresa en  $Hz$ ;
- El período  $T_i = 1/f_i$ , se expresa en  $s^{-1}$ ;
- La masa efectiva, para las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , se expresa en  $kg$ ;
- La masa efectiva, para las rotaciones alrededor de los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , a pesar del nombre que le otorga ANSYS, es en realidad un momento de inercia efectivo, como corresponde a la naturaleza rotacional de estos grados de libertad, y se expresa en unidades de  $kg \cdot m^2$ .

#### 10.1.1. **Modelo PETg**

A continuación, se ofrecen las tablas de datos ofrecidas por ANSYS para el modelo que simula la alternativa fabricada con PETg.

Si se observa la suma de ratios de masa efectiva sobre el total (el número en la esquina inferior derecha de las tablas), para cualquiera de las direcciones se constata que el número es muy inferior a la proporción del total que se desearía para considerar que los modos analizados representan con una precisión aceptable el comportamiento del sistema (dicho umbral varía según los criterios y las aplicaciones, pero podría establecerse para el presente caso un mínimo de 0,8). Ello indica que el análisis, para ser más representativo del comportamiento dinámico del sistema, debería incluir bastantes más modos de vibración que los 10 que forman el conjunto actual.

***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION ***** X DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	26.2317	0.38122E-01	-0.31273	1.000000	0.977992E-01	0.242907	0.996579E-02
2	26.6970	0.37457E-01	0.30343	0.970268	0.920701E-01	0.471584	0.938199E-02
3	40.1939	0.24879E-01	-0.17594	0.562609	0.309563E-01	0.548471	0.315446E-02
4	40.9072	0.24446E-01	-0.15676	0.501272	0.245743E-01	0.609507	0.250414E-02
5	54.0223	0.18511E-01	0.37211E-01	0.118989	0.138467E-02	0.612946	0.141098E-03
6	56.5270	0.17691E-01	-0.26148	0.836137	0.683739E-01	0.782769	0.696734E-02
7	56.5643	0.17679E-01	0.50263E-01	0.160725	0.252639E-02	0.789044	0.257441E-03
8	57.1855	0.17487E-01	0.11280	0.360706	0.127245E-01	0.820648	0.129664E-02
9	59.3873	0.16839E-01	-0.25016	0.799932	0.625809E-01	0.976082	0.637703E-02
10	59.8008	0.16722E-01	0.98132E-01	0.313792	0.962986E-02	1.00000	0.981288E-03
sum					0.402620		0.410272E-01

***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION ***** Y DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	26.2317	0.38122E-01	-0.50911	0.812888	0.259197	0.167792	0.264123E-01
2	26.6970	0.37457E-01	-0.50218	0.801810	0.252181	0.331043	0.256973E-01
3	40.1939	0.24879E-01	-0.31333	0.500279	0.981734E-01	0.394596	0.100039E-01
4	40.9072	0.24446E-01	0.31089	0.496396	0.966553E-01	0.457166	0.984923E-02
5	54.0223	0.18511E-01	0.90913E-03	0.001452	0.826525E-06	0.457166	0.842233E-07
6	56.5270	0.17691E-01	0.19659	0.313887	0.386469E-01	0.482185	0.393814E-02
7	56.5643	0.17679E-01	-0.62630	1.000000	0.392255	0.736113	0.399710E-01
8	57.1855	0.17487E-01	0.61743	0.985839	0.381224	0.982900	0.388470E-01
9	59.3873	0.16839E-01	-0.16111	0.257236	0.259556E-01	0.999702	0.264489E-02
10	59.8008	0.16722E-01	0.21443E-01	0.034238	0.459815E-03	1.00000	0.468554E-04
sum					1.54475		0.157411

***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION ***** Z DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	26.2317	0.38122E-01	0.87723	1.000000	0.769530	0.216375	0.784155E-01
2	26.6970	0.37457E-01	-0.87327	0.995485	0.762597	0.430800	0.777090E-01
3	40.1939	0.24879E-01	0.58039	0.661620	0.336854	0.525516	0.343256E-01
4	40.9072	0.24446E-01	0.57242	0.652527	0.327659	0.617647	0.333886E-01
5	54.0223	0.18511E-01	0.23437	0.267176	0.549315E-01	0.633092	0.559755E-02
6	56.5270	0.17691E-01	0.55146	0.628642	0.304111	0.718602	0.309891E-01
7	56.5643	0.17679E-01	0.47466	0.541087	0.225299	0.781951	0.229581E-01
8	57.1855	0.17487E-01	0.47485	0.541306	0.225481	0.845351	0.229767E-01
9	59.3873	0.16839E-01	0.41601	0.474237	0.173067	0.894014	0.176357E-01
10	59.8008	0.16722E-01	0.61395	0.699875	0.376935	1.00000	0.384099E-01
sum					3.55647		0.362406

**Tabla 1. Datos análisis modal PETg: Direcciones X, Y y Z.**



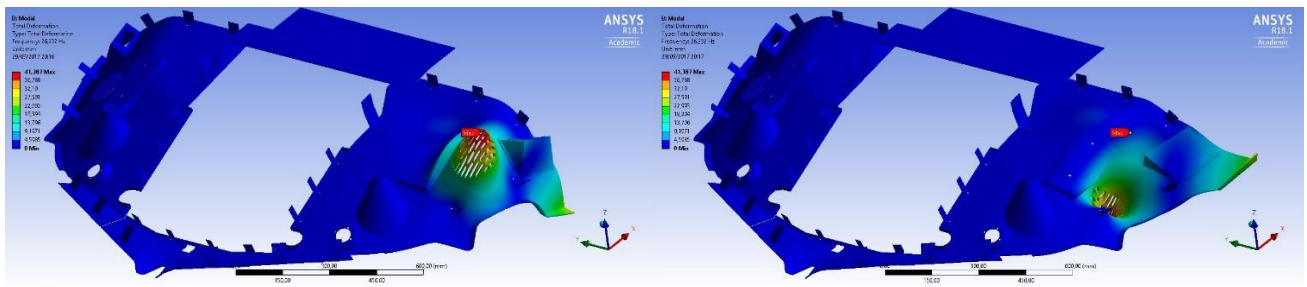
***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION *****ROTX DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	26.2317	0.38122E-01	1.4325	0.479277	2.05210	0.855147E-01	0.124728E-01
2	26.6970	0.37457E-01	1.4068	0.470676	1.97911	0.167988	0.120292E-01
3	40.1939	0.24879E-01	0.78086	0.261254	0.609750	0.193397	0.370610E-02
4	40.9072	0.24446E-01	-0.77727	0.260052	0.604150	0.218573	0.367207E-02
5	54.0223	0.18511E-01	-0.40691E-02	0.001361	0.165576E-04	0.218574	0.100638E-06
6	56.5270	0.17691E-01	-1.0238	0.342519	1.04808	0.262249	0.637030E-02
7	56.5643	0.17679E-01	2.9889	1.000000	8.93358	0.634526	0.542989E-01
8	57.1855	0.17487E-01	-2.8412	0.950576	8.07234	0.970915	0.490643E-01
9	59.3873	0.16839E-01	0.82758	0.276884	0.684891	0.999455	0.416282E-02
10	59.8008	0.16722E-01	-0.11435	0.038257	0.130752E-01	1.00000	0.794722E-04
sum					23.9971		0.145856

***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION *****ROTY DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	26.2317	0.38122E-01	-5.4488	1.000000	29.6892	0.240343	0.776212E-01
2	26.6970	0.37457E-01	5.3900	0.989209	29.0519	0.475526	0.759550E-01
3	40.1939	0.24879E-01	-3.5827	0.657516	12.8355	0.579433	0.335577E-01
4	40.9072	0.24446E-01	-3.4630	0.635560	11.9925	0.676516	0.313540E-01
5	54.0223	0.18511E-01	-0.80913	0.148498	0.654697	0.681816	0.171168E-02
6	56.5270	0.17691E-01	-3.7836	0.694392	14.3156	0.797705	0.374274E-01
7	56.5643	0.17679E-01	-2.0548	0.377105	4.22204	0.831883	0.110384E-01
8	57.1855	0.17487E-01	-1.7924	0.328954	3.21270	0.857891	0.839946E-02
9	59.3873	0.16839E-01	-3.1544	0.578917	9.95021	0.938441	0.260144E-01
10	59.8008	0.16722E-01	-2.7576	0.506094	7.60433	1.00000	0.198812E-01
sum					123.529		0.322960

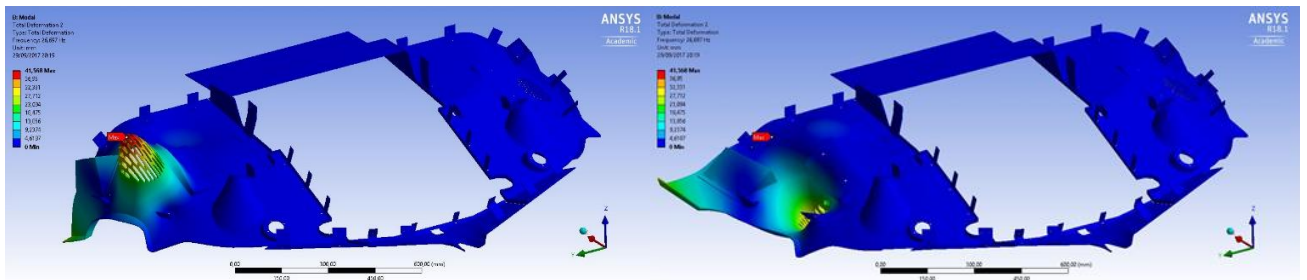
***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION *****ROTZ DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	26.2317	0.38122E-01	-2.6578	0.870513	7.06395	0.184955	0.314302E-01
2	26.6970	0.37457E-01	-2.6172	0.857217	6.84982	0.364304	0.304775E-01
3	40.1939	0.24879E-01	-1.6900	0.553513	2.85596	0.439081	0.127073E-01
4	40.9072	0.24446E-01	1.6608	0.543952	2.75816	0.511298	0.122721E-01
5	54.0223	0.18511E-01	0.47417E-02	0.001553	0.224841E-04	0.511298	0.100040E-06
6	56.5270	0.17691E-01	0.68573	0.224597	0.470225	0.523610	0.209221E-02
7	56.5643	0.17679E-01	-2.9343	0.961074	8.61016	0.749050	0.383099E-01
8	57.1855	0.17487E-01	3.0532	1.000000	9.32175	0.993120	0.414760E-01
9	59.3873	0.16839E-01	-0.51071	0.167272	0.260822	0.999950	0.116050E-02
10	59.8008	0.16722E-01	0.43905E-01	0.014380	0.192767E-02	1.00000	0.857695E-05
sum					38.1928		0.169934

**Tabla 2. Datos análisis modal PETg: Rotaciones sobre X, Y y Z.**

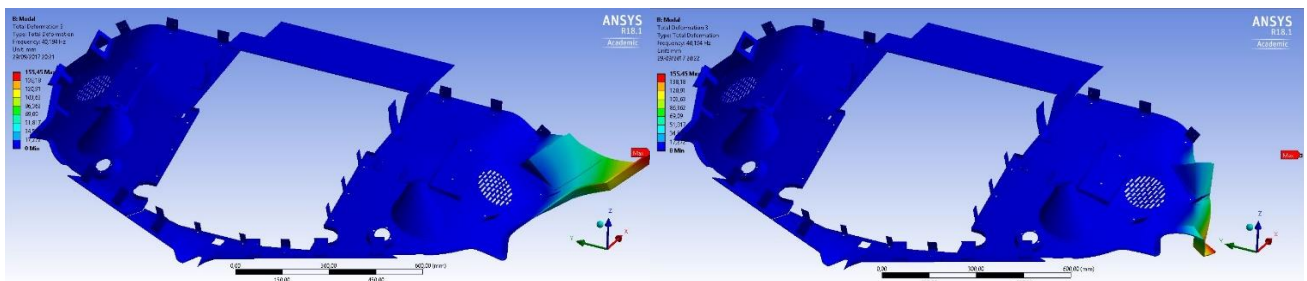
Con propósito de ilustrar los modos de vibración, se incluyen seguidamente imágenes de los estadios opuestos de máxima amplitud de cada modo propio. Ello permitirá tener una comprobación visual para contrastar con los factores de las tablas y facilitar la interpretación de los datos.



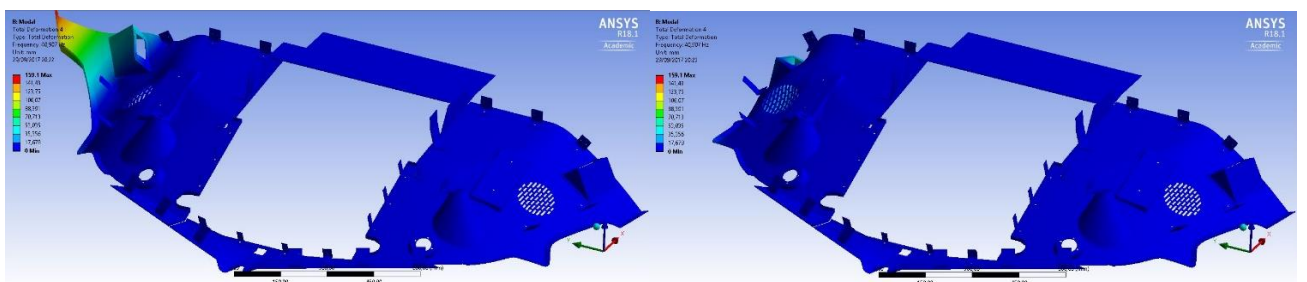
**Figura 81. Modo de vibración 1 para PETg.**



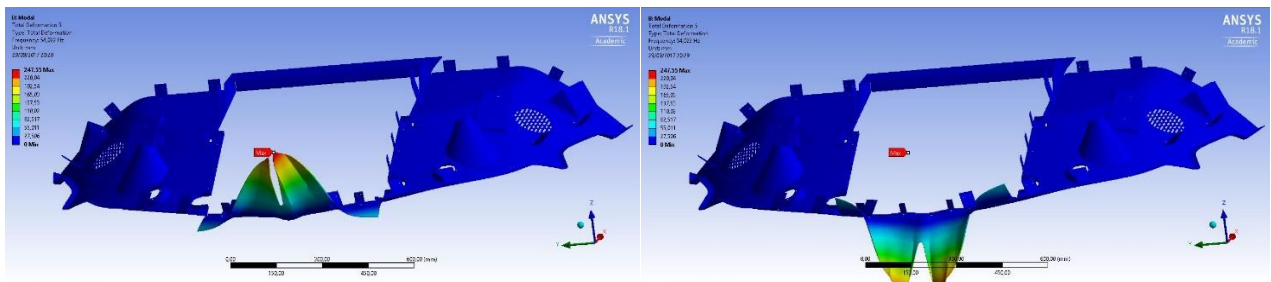
**Figura 82. Modo de vibración 2 para PETg.**



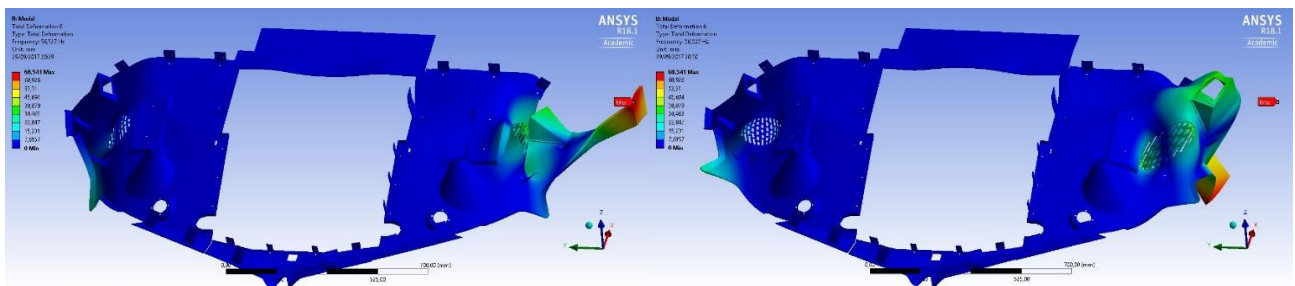
**Figura 83. Modo de vibración 3 para PETg.**



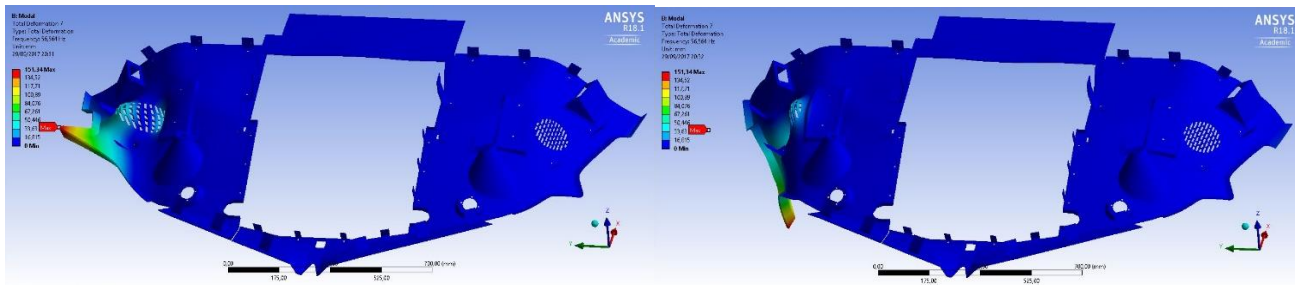
**Figura 84. Modo de vibración 4 para PETg.**



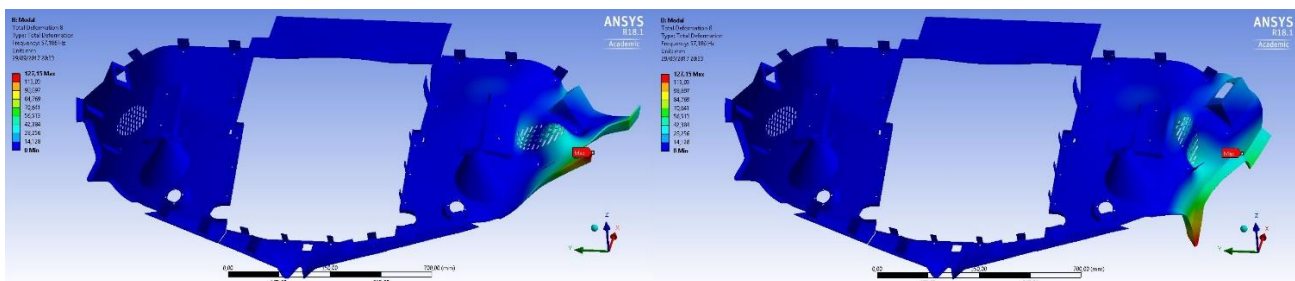
**Figura 85. Modo de vibración 5 para PETg.**



**Figura 86. Modo de vibración 6 para PETg.**

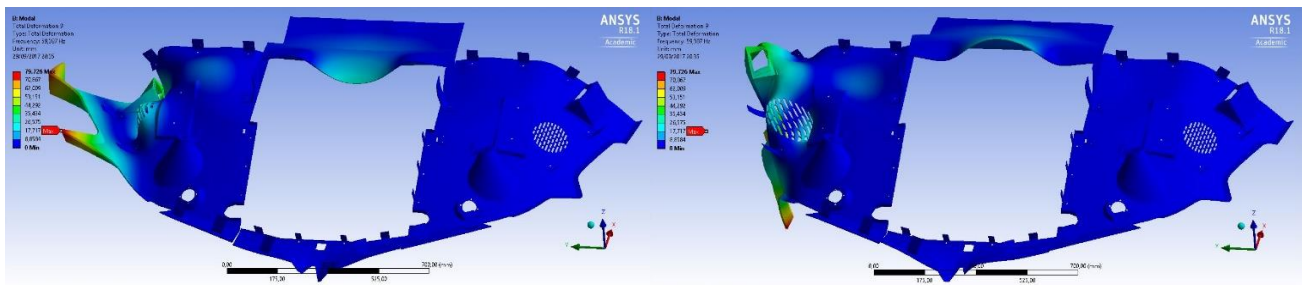


**Figura 87. Modo de vibración 7 para PETg.**

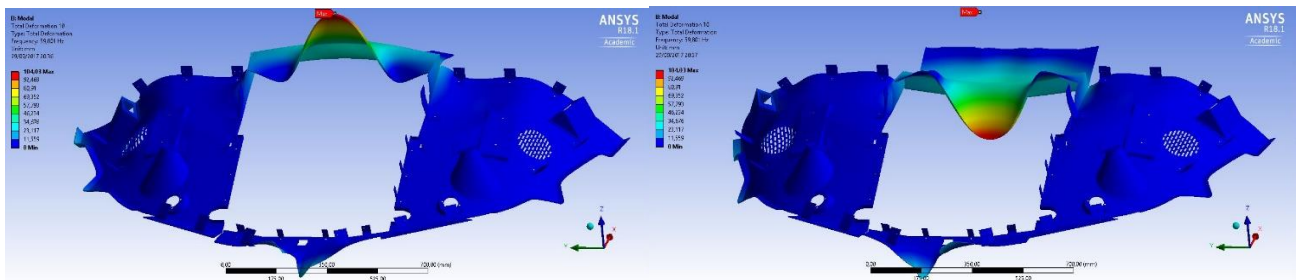


**Figura 88. Modo de vibración 8 para PETg.**





**Figura 89. Modo de vibración 9 para PETg.**



**Figura 90. Modo de vibración 10 para PETg.**

### 10.1.2. Modelo GFRP

A continuación, se ofrecen las tablas de datos ofrecidas por ANSYS para el modelo que simula la alternativa fabricada con GFRP.

Al observar la suma de ratios de masa efectiva sobre el total (el número en la esquina inferior derecha de las tablas), para cualquiera de las direcciones puede comprobarse, como en el caso anterior, que el número es muy inferior a la proporción del total que se desearía para considerar que los modos analizados representan con una precisión aceptable el comportamiento del sistema (dicho umbral varía según los criterios y las aplicaciones, pero podría establecerse para el presente caso un mínimo de 0,8). Ello indica que el análisis, para ser más representativo del comportamiento dinámico del sistema, debería incluir bastantes más modos de vibración que los 10 que forman el conjunto actual.

\*\*\*\*\* PARTICIPATION FACTOR CALCULATION \*\*\*\*\* X DIRECTION

MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	21.8904	0.45682E-01	-0.10446E-01	1.000000	0.109114E-03	0.508183	0.141670E-01
2	26.2143	0.38147E-01	-0.26518E-02	0.253866	0.703219E-05	0.540934	0.913035E-03
3	28.9872	0.34498E-01	0.16215E-02	0.155226	0.262914E-05	0.553179	0.341358E-03
4	29.7566	0.33606E-01	-0.49016E-02	0.469239	0.240254E-04	0.665073	0.311938E-02
5	31.4360	0.31811E-01	0.20907E-02	0.200144	0.437088E-05	0.685430	0.567500E-03
6	33.4671	0.29880E-01	-0.67803E-02	0.649091	0.459719E-04	0.899537	0.596884E-02
7	33.5265	0.29827E-01	-0.54982E-03	0.052636	0.302305E-06	0.900945	0.392502E-04
8	35.4737	0.28190E-01	-0.33911E-03	0.032464	0.114994E-06	0.901480	0.149304E-04
9	44.3702	0.22538E-01	0.18283E-02	0.175028	0.334270E-05	0.917048	0.434005E-03
10	47.3106	0.21137E-01	0.42203E-02	0.404020	0.178110E-04	1.00000	0.231252E-02
sum					0.214715E-03		0.278778E-01

\*\*\*\*\* PARTICIPATION FACTOR CALCULATION \*\*\*\*\* Y DIRECTION

MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	21.8904	0.45682E-01	-0.10697E-01	1.000000	0.114428E-03	0.228557	0.148569E-01
2	26.2143	0.38147E-01	0.30974E-02	0.289559	0.959415E-05	0.247721	0.124567E-02
3	28.9872	0.34498E-01	-0.61271E-02	0.572783	0.375415E-04	0.322706	0.487426E-02
4	29.7566	0.33606E-01	0.76277E-02	0.713065	0.581822E-04	0.438918	0.755418E-02
5	31.4360	0.31811E-01	-0.51813E-02	0.484363	0.268456E-04	0.492540	0.348554E-02
6	33.4671	0.29880E-01	0.10546E-01	0.985832	0.111208E-03	0.714666	0.144389E-01
7	33.5265	0.29827E-01	0.57553E-02	0.538021	0.331231E-04	0.780826	0.430058E-02
8	35.4737	0.28190E-01	-0.17942E-02	0.167732	0.321932E-05	0.787256	0.417985E-03
9	44.3702	0.22538E-01	0.23363E-02	0.218408	0.545845E-05	0.798159	0.708707E-03
10	47.3106	0.21137E-01	0.10052E-01	0.939739	0.101052E-03	1.00000	0.131203E-01
sum					0.500653E-03		0.650030E-01

\*\*\*\*\* PARTICIPATION FACTOR CALCULATION \*\*\*\*\* Z DIRECTION

MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	21.8904	0.45682E-01	0.27239E-01	0.879951	0.741986E-03	0.208956	0.963368E-01
2	26.2143	0.38147E-01	0.27348E-01	0.883462	0.747919E-03	0.419583	0.971072E-01
3	28.9872	0.34498E-01	-0.33546E-04	0.001084	0.112531E-08	0.419583	0.146107E-06
4	29.7566	0.33606E-01	0.30956E-01	1.000000	0.958250E-03	0.689442	0.124416
5	31.4360	0.31811E-01	-0.15092E-01	0.487539	0.227770E-03	0.753586	0.295729E-01
6	33.4671	0.29880E-01	0.13158E-01	0.425071	0.173142E-03	0.802346	0.224802E-01
7	33.5265	0.29827E-01	0.20781E-01	0.671305	0.431835E-03	0.923958	0.560680E-01
8	35.4737	0.28190E-01	-0.13290E-01	0.429325	0.176624E-03	0.973699	0.229323E-01
9	44.3702	0.22538E-01	0.71579E-02	0.231230	0.512353E-04	0.988127	0.665221E-02
10	47.3106	0.21137E-01	0.64930E-02	0.209751	0.421587E-04	1.00000	0.547374E-02
sum					0.355092E-02		0.461039

**Tabla 3. Datos análisis modal GFRP: Direcciones X, Y y Z.**



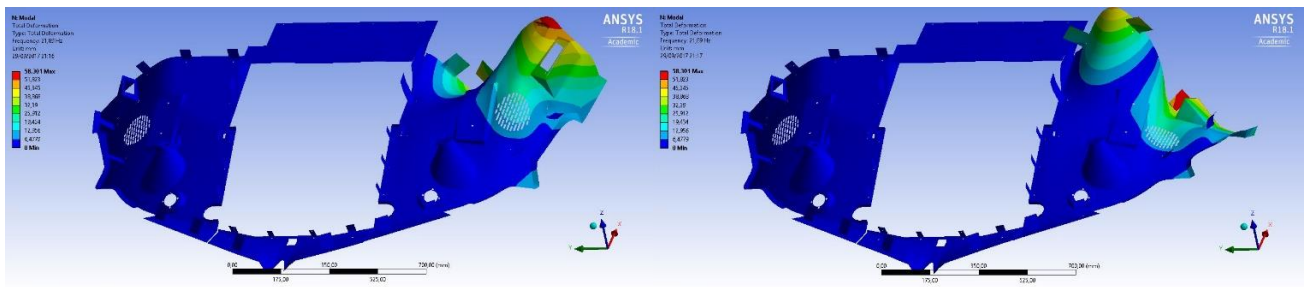
***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION *****ROTX DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	21.8904	0.45682E-01	21.969	0.449797	482.633	0.800400E-01	0.374845E-02
2	26.2143	0.38147E-01	-30.135	0.616986	908.102	0.230640	0.705292E-02
3	28.9872	0.34498E-01	22.524	0.461158	507.322	0.314774	0.394020E-02
4	29.7566	0.33606E-01	-13.366	0.273661	178.652	0.344402	0.138753E-02
5	31.4360	0.31811E-01	8.6758	0.177631	75.2701	0.356885	0.584598E-03
6	33.4671	0.29880E-01	-26.804	0.548791	718.452	0.476033	0.557997E-02
7	33.5265	0.29827E-01	-17.532	0.358953	307.368	0.527007	0.238722E-02
8	35.4737	0.28190E-01	17.430	0.356875	303.819	0.577392	0.235966E-02
9	44.3702	0.22538E-01	-12.758	0.261205	162.759	0.604384	0.126410E-02
10	47.3106	0.21137E-01	-48.842	1.000000	2385.52	1.00000	0.185276E-01
sum					6029.90		0.468322E-01

***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION *****ROTY DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	21.8904	0.45682E-01	-175.34	1.000000	30743.2	0.282162	0.102630
2	26.2143	0.38147E-01	-145.40	0.829245	21140.5	0.476190	0.705735E-01
3	28.9872	0.34498E-01	3.1898	0.018192	10.1747	0.476284	0.339664E-04
4	29.7566	0.33606E-01	-165.95	0.946470	27539.9	0.729046	0.919369E-01
5	31.4360	0.31811E-01	82.975	0.473232	6884.90	0.792236	0.229839E-01
6	33.4671	0.29880E-01	-95.379	0.543973	9097.12	0.875729	0.303690E-01
7	33.5265	0.29827E-01	-95.454	0.544403	9111.53	0.959355	0.304171E-01
8	35.4737	0.28190E-01	60.501	0.345057	3660.43	0.992950	0.122196E-01
9	44.3702	0.22538E-01	-23.834	0.135931	568.050	0.998164	0.189633E-02
10	47.3106	0.21137E-01	-14.144	0.080665	200.042	1.00000	0.667801E-03
sum					108956.		0.363729

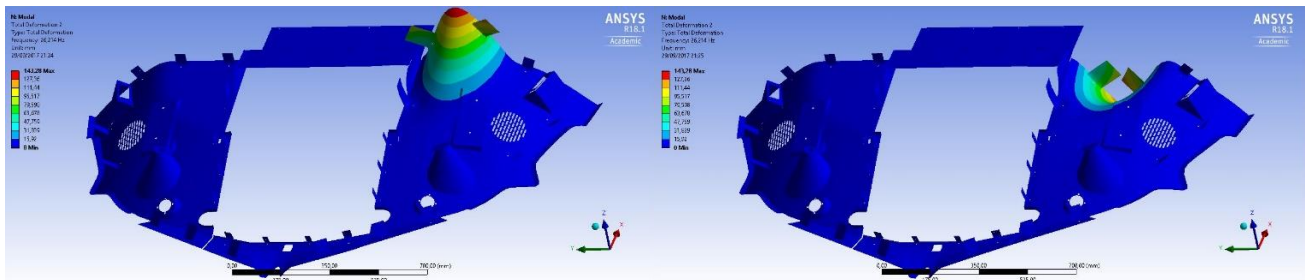
***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION *****ROTZ DIRECTION							
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS	CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
1	21.8904	0.45682E-01	-60.516	1.000000	3662.23	0.262324	0.207712E-01
2	26.2143	0.38147E-01	13.622	0.225102	185.569	0.275616	0.105250E-02
3	28.9872	0.34498E-01	-30.564	0.505053	934.156	0.342529	0.529829E-02
4	29.7566	0.33606E-01	38.445	0.635275	1477.98	0.448397	0.838273E-02
5	31.4360	0.31811E-01	-27.161	0.448814	737.697	0.501237	0.418403E-02
6	33.4671	0.29880E-01	55.982	0.925078	3134.03	0.725726	0.177754E-01
7	33.5265	0.29827E-01	30.343	0.501406	920.713	0.791677	0.522205E-02
8	35.4737	0.28190E-01	-11.296	0.186662	127.602	0.800817	0.723728E-03
9	44.3702	0.22538E-01	10.126	0.167330	102.540	0.808161	0.581578E-03
10	47.3106	0.21137E-01	51.751	0.855163	2678.20	1.00000	0.151901E-01
sum					13960.7		0.791816E-01

**Tabla 4. Datos análisis modal GFRP: Rotaciones sobre X, Y y Z.**

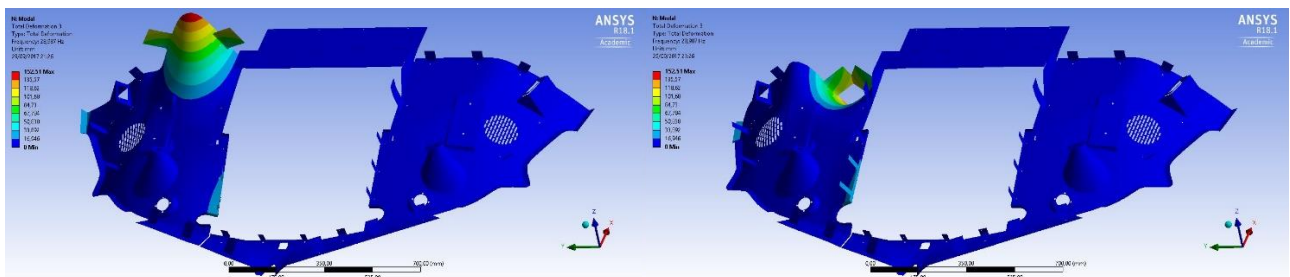
Con propósito de ilustrar los modos de vibración, también en este caso se incluyen imágenes de los estadios opuestos de máxima amplitud de cada modo propio. Ello permitirá tener una comprobación visual para contrastar con los factores de las tablas y facilitar la interpretación de los datos.



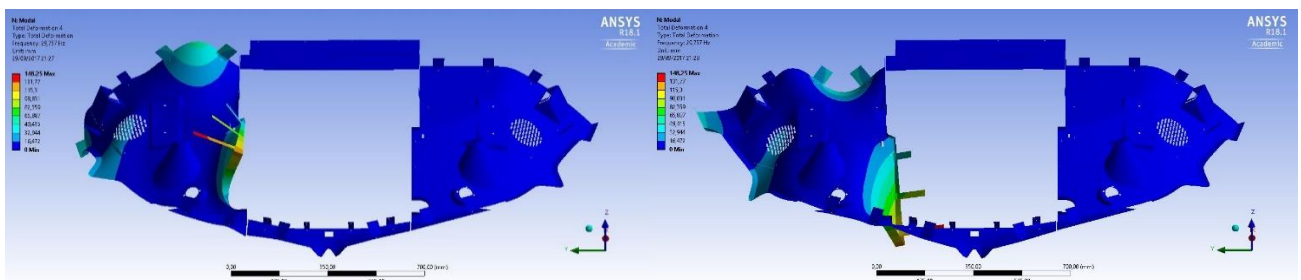
**Figura 91. Modo de vibración 1 para GFRP.**



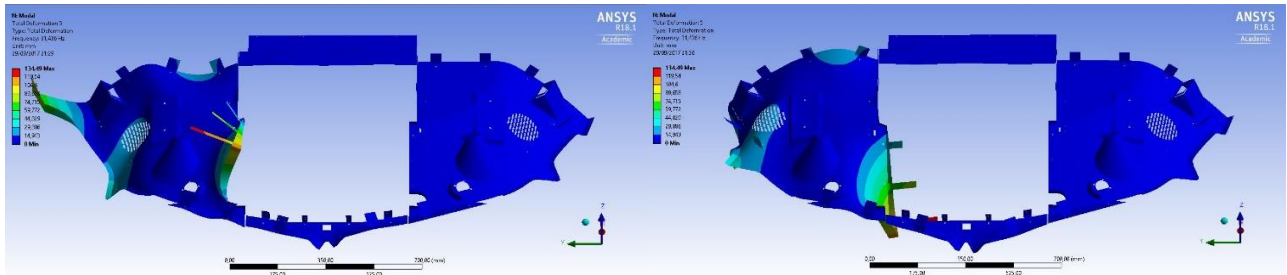
**Figura 92. Modo de vibración 2 para GFRP.**



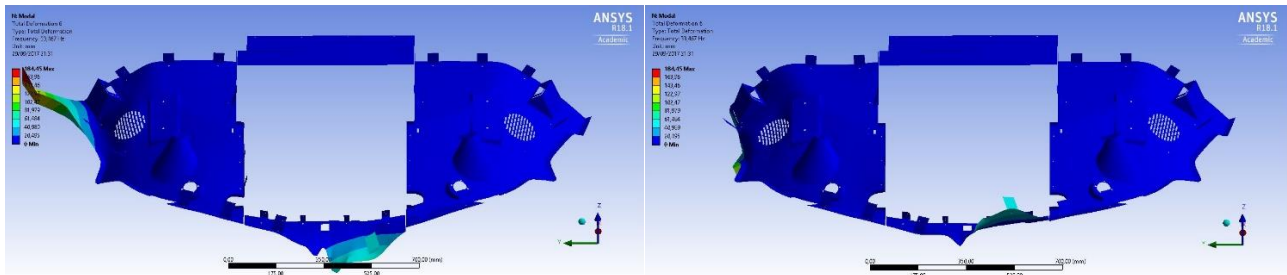
**Figura 93. Modo de vibración 3 para GFRP.**



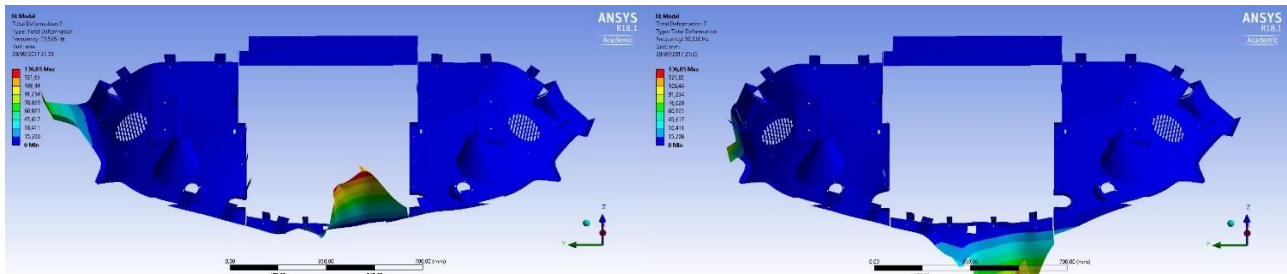
**Figura 94. Modo de vibración 4 para GFRP.**



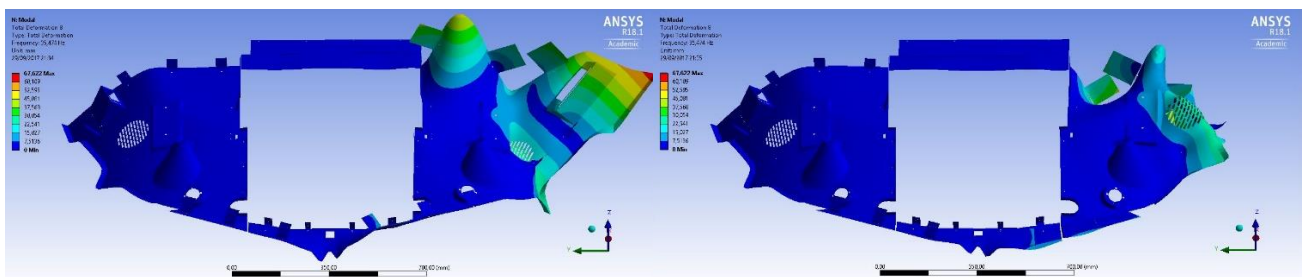
**Figura 95. Modo de vibración 5 para GFRP.**



**Figura 96. Modo de vibración 6 para GFRP.**

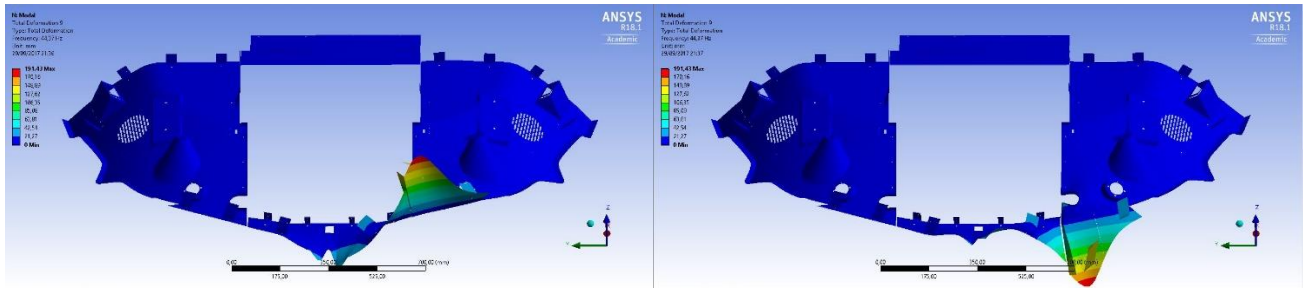


**Figura 97. Modo de vibración 7 para GFRP.**

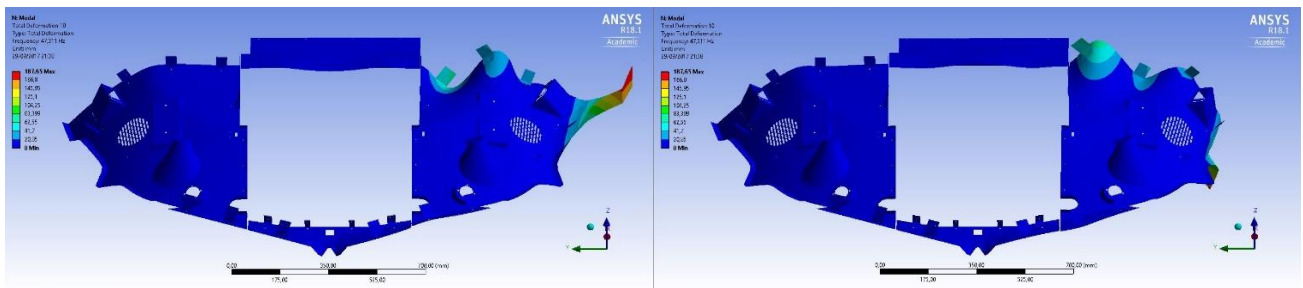


**Figura 98. Modo de vibración 8 para GFRP.**





**Figura 99. Modo de vibración 9 para GFRP.**



**Figura 100. Modo de vibración 10 para GFRP.**

### 10.1.3. Comparativa

Al comparar los valores acumulados de dichos factores se descubre que hay diferencias entre el modelo con PETg y el modelo con GFRP. En primer lugar, los modos de vibración no ocurren a las mismas frecuencias: hay desviaciones significativas entre ambos casos en la frecuencia a la que ocurre el modo  $i$ -ésimo.

En segundo lugar, aunque muchos de los modos de vibración son muy similares en los dos casos, podría decirse que ningún caso son idénticos, y algunos son bastante distintos. Esto se refleja también en las tablas de factores de participación y masas efectivas: por ejemplo, en el caso de GFRP las masas efectivas se concentran más en la dirección Z y la rotación sobre el eje Y que en el caso del modelo de PETg. La explicación a estas divergencias entre dos modelos que comparten la geometría básica habría que buscarla en el hecho de que ambos están hechos de dos materiales con diferentes rigideces y densidades, además de no compartir espesor en ninguna parte del modelo; en consecuencia, a lo largo de toda la extensión de ambas estructuras la rigidez, densidad y sección no coinciden, haciendo que las características vibratorias sean diferentes.

Puede apreciarse también que, tras analizar los 10 primeros modos, las masas efectivas acumuladas están muy lejos de llegar a representar una fracción mayoritaria de la masa total (en el caso con el mayor valor, las masas efectivas acumuladas en la dirección Z para el modelo GFRP, se queda en aproximadamente 0,461, y los demás valores son notablemente menores). Parece que se necesitarían muchos modos más para caracterizar adecuadamente el comportamiento vibracional de estos modelos. Una hipótesis para explicar el hecho de que los modos involucren tan poca masa efectiva surge a partir de la constatación de que hay una gran cantidad de restricciones. Estos modelos cuentan con

muchos pernos que los sujetan a herrajes de aluminio que, a su vez, se empotran a la estructura general de la cabina, supuesta como infinitamente rígida. Estos tornillos están distribuidos en su mayoría a lo largo de las zonas cercanas a los bordes de los paneles, causando que no queden grandes extensiones en voladizo o de otra manera que les permita grandes desplazamientos. Así quedaría de manifiesto la influencia que tienen las condiciones de contorno en los modos y frecuencias propias de un sistema mecánico.

## 10.2. Análisis de esfuerzos y desplazamientos

Tras haber simulado ambos ejemplos con el software ANSYS, fueron elegidos 4 parámetros para evaluar el desempeño general de ambos materiales:

- **Desplazamiento Total:** permite tener una idea de las distorsiones geométricas a las que se puedan ver sometidos los paneles, por si fuera inaceptable para un panel de cobertura con mandos y dispositivos alojados en él;
- **Tensión Principal Máxima, Tensión Tangencial Máxima y Tensión Normal:** tres tipos de tensiones que se estima son suficientes para hacerse una idea adecuada de la distribución de tensiones a lo largo de la pieza.

Una medida que suele ser muy utilizada para evaluar estados tensionales en materiales isotrópos es el criterio de tensión de Von Mises. Sin embargo, en esta ocasión se ha descartado, porque uno de los ejemplos a comparar está fabricado con materiales compuestos. Como se ha visto, el estado tensional en un laminado de material compuesto es más complejo, con láminas ortotrópicas en tensión plana, tensiones interlaminares, y el criterio de Von Mises no daría información precisa, por lo que no es aconsejable su selección como parámetro comparativo.

En las Tablas 5 y 6 se recopilan los valores máximos de los parámetros medidos respecto a cada caso de carga, para cada material. De su observación pueden hacerse algunos comentarios que se aplican para ambas opciones de material. Así, puede deducirse que algunos casos de carga son notablemente más exigentes que otros. En particular, se nota que los casos “Aceleración en X hacia delante” y “Aceleración en Z hacia abajo”, seguidos de “Aceleración en Z hacia arriba”, provocan desplazamientos y tensiones de todos los tipos sustancialmente mayores.

En principio, el hecho de que “Aceleración en X hacia delante” y “Aceleración en Z hacia abajo” copen los dos primeros puestos de los casos más exigentes con las piezas es esperable, ya que sometían al sistema a unas aceleraciones más altas en valor numérico. En el caso de “Aceleración en Z hacia arriba” podría sorprender, ya que hay algún caso donde la aceleración es mayor, pero las tensiones y desplazamientos son menores.

Se comprueba que, en general, los casos de aceleraciones longitudinales provocaron cargas más altas que los casos de aceleraciones rotacionales. Podía esperarse ese resultado, ya que los valores de estos últimos no parecían muy elevados, y a priori, parecían más fuertes las solicitaciones de los primeros. El análisis ha confirmado esa conjetura.

Al observar las imágenes de las simulaciones se advierte que, aunque existen diferencias entre casos de carga, hay algunas áreas que están casi siempre entre las más afectadas. Las siguientes figuras sirven para ilustrar los fenómenos que se observan de forma general a lo largo de los casos de carga.

<b>PETg</b>	Desplazamiento Total (mm)	Tensión Principal Máxima (Mpa)	Tensión Tangencial Máxima (Mpa)	Tensión Normal (Mpa)
Ac. Rot. X	0,56992	10,418	4,6978	6,2221
Ac. Rot. Y	0,45824	8,6829	3,707	5,1871
Ac. Rot. Z	0,45355	6,969	4,3502	5,7716
Ac. Simultáneas	0,69812	5,6642	5,5414	7,2358
Ac. X hacia atrás	0,2649	8,8467	4,6539	7,0615
Ac. X hacia delante	2,162	42,273	20,056	34,012
Ac. Y hacia derecha	1,4891	13,74	10,788	11,223
Ac. Z hacia abajo	2,128	52,136	19,176	27,122
Ac. Z hacia arriba	1,7024	25,647	15,341	20,182

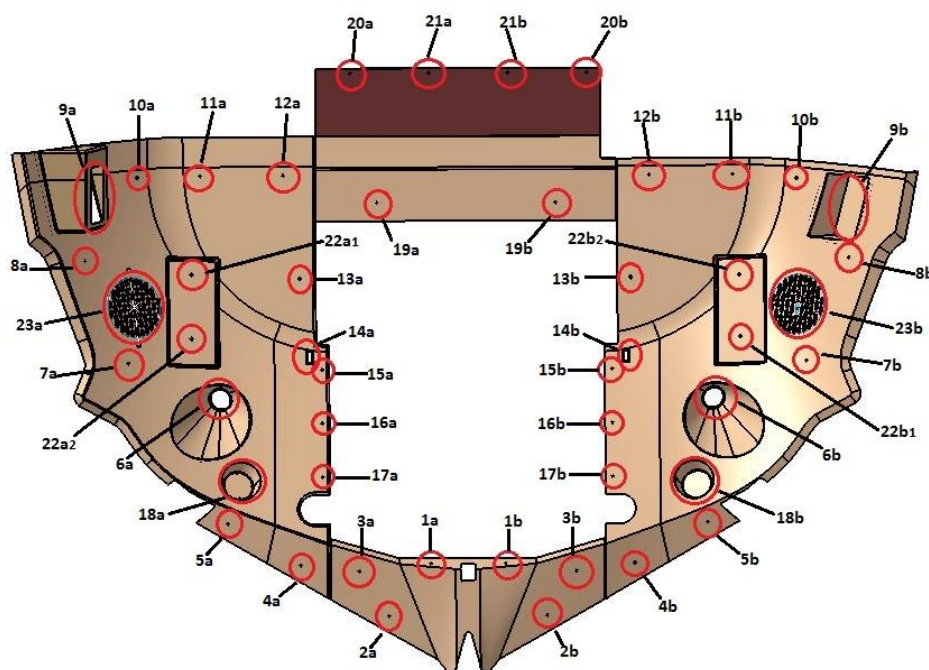
**Tabla 5. Valores máximos de los parámetros para PETg según el caso de carga.**

<b>LAMINADO GFRP</b>	Desplazamiento Total (mm)	Tensión Principal Máxima (Mpa)	Tensión Tangencial Máxima (Mpa)	Tensión Normal (Mpa)
Ac. Rot. X	0,806	16,561	8,287	15,965
Ac. Rot. Y	0,66	16,443	8,2217	15,158
Ac. Rot. Z	0,62913	17,362	8,681	16,735
Ac. Simultáneas	0,98269	22,918	12,016	22,083
Ac. X hacia atrás	0,73387	18,563	9,2815	17,108
Ac. X hacia delante	3,8506	84,316	42,158	81,305
Ac. Y hacia derecha	1,6983	32,381	16,19	31,195
Ac. Z hacia abajo	3,7074	77,276	40,476	68,517
Ac. Z hacia arriba	2,9659	64,707	32,38	58,832

**Tabla 6. Valores máximos de los parámetros para GFRP según el caso de carga.**



Debido a que se mencionarán áreas con la nomenclatura que se utilizó previamente, se recupera la Figura 5 (en esta ocasión pasará a ser la Figura 101) para tener la referencia cercana.

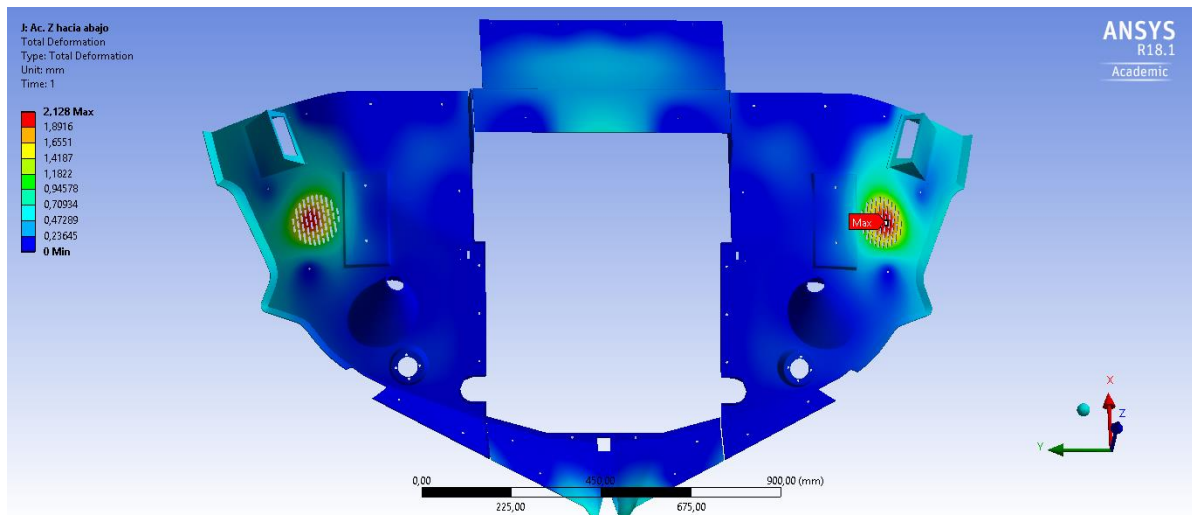


**Figura 101. Panel techo cabina. Principales áreas de interés.**

### 10.2.1. Desplazamientos

La Figura 102 es particularmente representativa de lo que sucede en el PETg en general en cuanto a los desplazamientos. En el panel trasero, la zona central es la que sufre mayores desplazamientos, pero que siempre son bajos, situándose bien por debajo del milímetro. El panel delantero sufre desplazamientos mayores en su extremo más adelantado, donde se encuentran los picos y la hendidura central; sin embargo, son también desplazamientos que no llegan a superar el milímetro.

En los paneles laterales es donde se encuentran las áreas con desplazamientos más grandes de todo el conjunto. En general, los desplazamientos van aumentando conforme aumenta la distancia de la zona central. Sin embargo, la zona más afectada, con mucha diferencia, es la de las rejillas donde se apoyan los altavoces (áreas 23i). Allí los desplazamientos se incrementan concéntricamente, de forma que los valores máximos se dan en el centro de dichas rejillas, y en los casos más extremos, superan los 2 mm. Parece esperable, ya que ahí actúa la masa puntual de mayor valor de las que se han especificado, y además en un área que está abundantemente perforada, por lo que el material es menos resistente, y más proclive a deformarse.



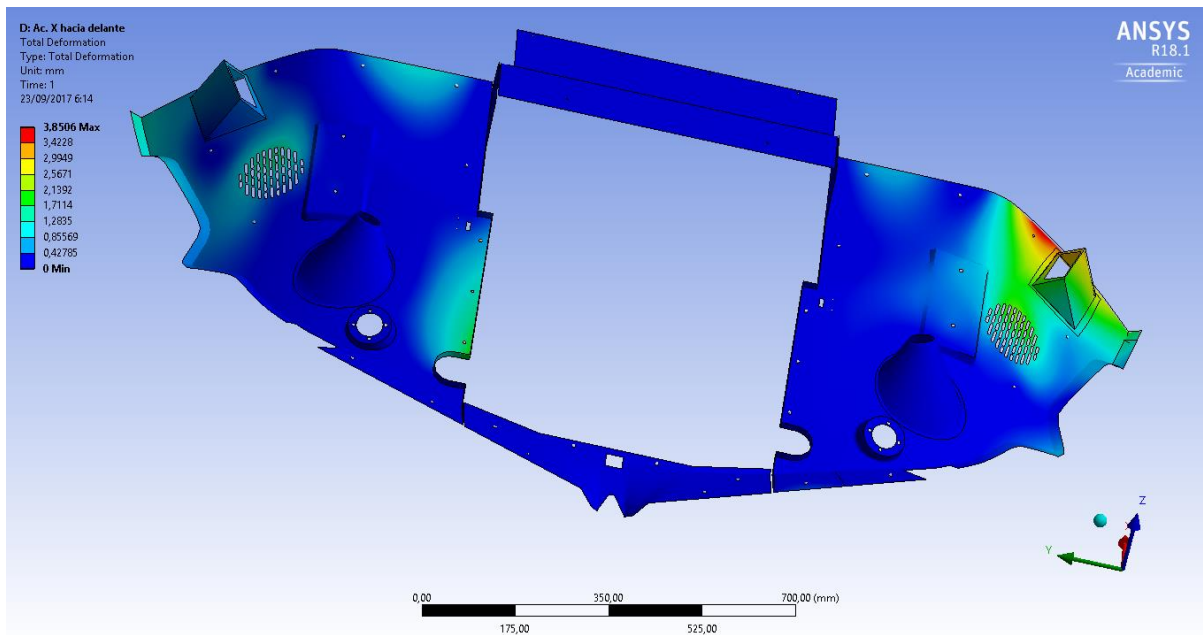
**Figura 102. Desplazamiento total (mm) en PETg. Ac. Z hacia abajo.**

Al analizar los desplazamientos que se dan en el laminado GFRP se aprecian varias discrepancias con el patrón que se reproduce en el PETg. La imagen de la Figura 103 es representativa de los fenómenos descritos a continuación.

En el panel trasero los desplazamientos tienen sus valores máximos en la zona central, pero son siempre muy poco relevantes, ya que sus valores son muy inferiores a los que se dan en otras partes del conjunto. El panel delantero sufre sus mayores desplazamientos en su parte frontal, y en algún caso son relativamente importantes, pero a nivel absoluto no se dan desplazamientos grandes.

En el panel de copiloto los desplazamientos más importantes se dan en la zona de la rejilla del altavoz (23a), pero también en la zona más alejada (tras el taladro 8a y la zona 9a), y sobre todo en la zona más cercana al centro del conjunto, el área de los taladros 15a, 16a y 17a y en la zona trasera entre los taladros 11a y 12a, donde se dan los mayores valores en esta pieza.

El panel de piloto registra consistentemente los valores más altos de desplazamientos de todo el conjunto. Las zonas más afectadas se extienden desde la rejilla del altavoz (23b) hacia la parte posterior del panel, aumentando en magnitud hasta culminar en las áreas que rodean a los taladros 10b y 11b y llegan al borde posterior del panel, donde se producen los máximos absolutos, acercándose a los 4 mm.



**Figura 103. Desplazamiento total (mm) en GFRP. Ac. X hacia delante**

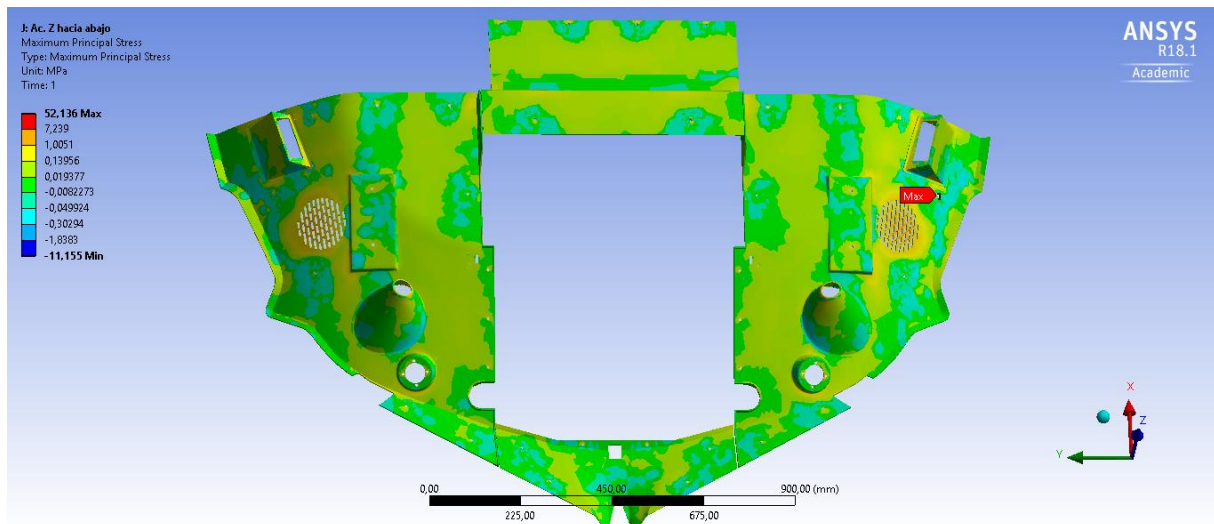
### 10.2.2. Tensiones

A lo largo de todas las simulaciones se han estudiado tres tipos de tensiones: la tensión principal máxima, la tensión tangencial máxima y la tensión normal. El análisis de las tres en el conjunto de todos los casos de carga en PETg arroja resultados muy similares, que se resumen a continuación, y pueden verse reflejados en las ilustraciones que se dan a modo de ejemplo en las Figuras 104 y 105.

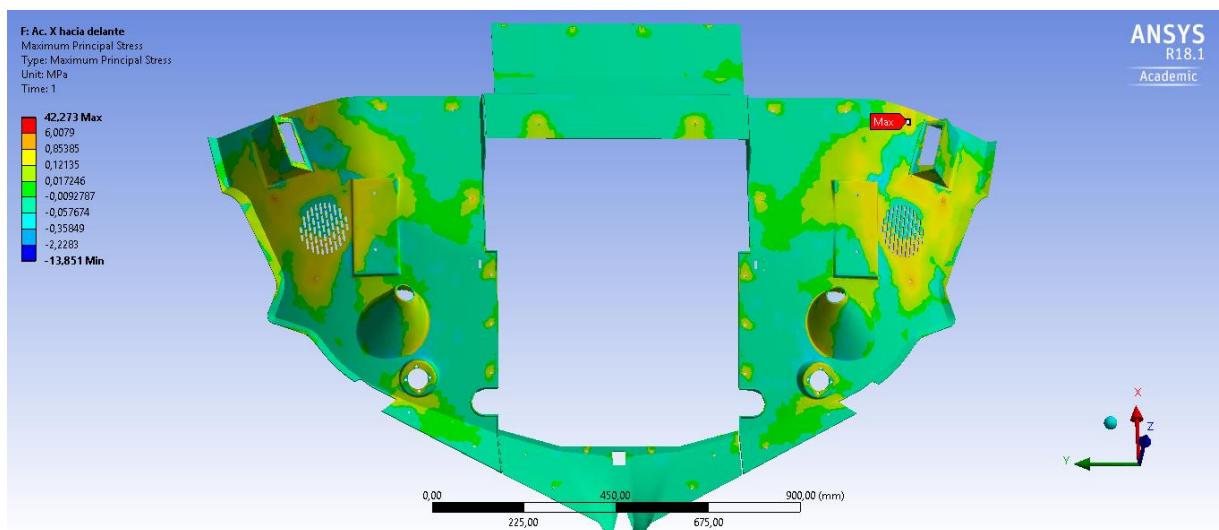
Tanto en el panel trasero como en el delantero se da un resultado similar: los esfuerzos son, en casi toda su área, bajísimos, casi imperceptibles. Sólo crecen significativamente al aproximarse a menos de un centímetro de las ubicaciones de los taladros. Las tensiones máximas en esas zonas circundantes se dan justo al lado de los bordes de los taladros, y es poco probable que sobrepasen 1 o quizá 2 MPa.

En los paneles laterales se aprecian tensiones muy bajas en la mayoría de la superficie, si bien, en general, la tensión aumenta mucho en las zonas inmediatamente adyacentes a los taladros, como los 15<sub>i</sub>, 16<sub>i</sub> y 17<sub>i</sub> – se trata de un radio de influencia de pocos milímetros. En la zona que se encuentra entre los taladros 7<sub>i</sub>, 8<sub>i</sub>, 22<sub>i</sub> y 10<sub>i</sub> las tensiones son más elevadas, pero aún son valores relativamente bajos, exceptuando las áreas puntuales que se mencionarán después. Además, hay zonas donde las tensiones, según el caso, pueden volverse más significativas, llegando en algunos casos a los 10 MPa e incluso acercándose a los 20 MPa en los casos más críticos. Estas áreas son las zonas del anclaje del aplique de las salidas de aire (18<sub>i</sub>) y las zonas de unión de los conos de las luces de lectura con el panel general (6<sub>i</sub>) – sobre todo la parte del borde que mira hacia el centro del conjunto.

Las zonas más comprometidas de todo el conjunto corresponden a las inmediatamente adyacentes a los taladros 11<sub>i</sub> y 13<sub>i</sub>, las rejillas de los altavoces (23<sub>i</sub>), y especialmente las zonas junto a los taladros 7<sub>i</sub>, 8<sub>i</sub> y 10<sub>i</sub>, donde suelen darse los máximos valores de los tres tipos de tensiones analizados.



**Figura 104. Tensión principal máxima (MPa) en PETg. Ac. Z hacia abajo.**



**Figura 105. Tensión principal máxima (MPa) en PETg. Ac. X hacia delante.**

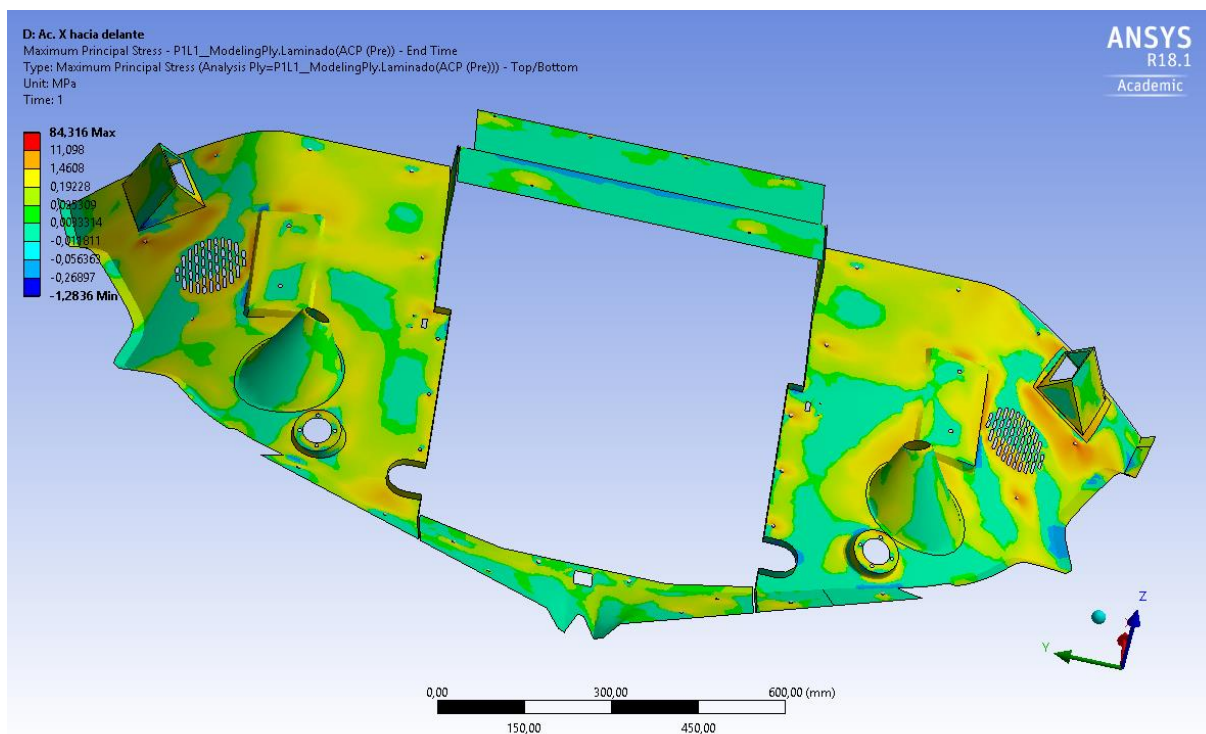
Como sucedía en el caso anterior, para el caso del laminado GFRP se analizaron la tensión principal máxima, la tensión tangencial máxima y la tensión normal. Las Figuras 106 y 107 se ofrecen como ejemplo para ilustrar los estados tensionales que, de forma general, se han encontrado a lo largo de los casos de carga.

En general, puede apreciarse con mayor claridad en los casos de GFRP que, en las zonas de los taladros, en numerosas ocasiones se manifiestan tensiones de signo contrario en lados opuestos del taladro, aún en la misma cara del panel. Es decir, alrededor del taladro se producen tensiones de tracción y de compresión a la vez.

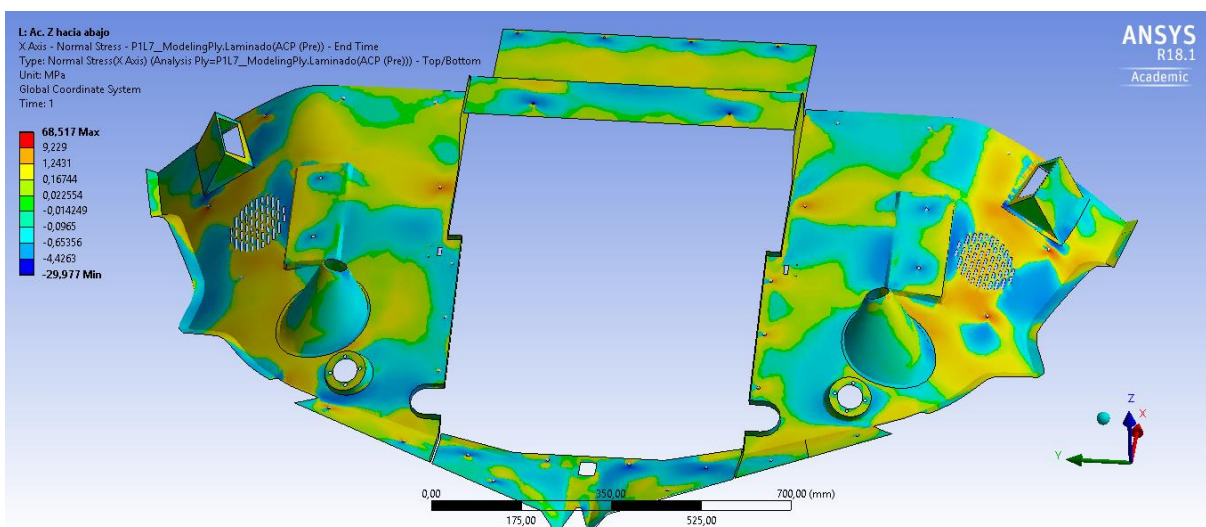
Observando los paneles delantero y trasero, se puede ver que en esta ocasión siguen siendo los paneles que están menos exigidos mecánicamente, y sus tensiones más altas se limitan a las zonas alrededor de los taladros.



En los paneles laterales vuelve a darse el aumento abrupto de las tensiones en las zonas de taladros, mientras que las tensiones en las demás zonas son, en general, muy bajas. Sin embargo, es oportuno mencionar que la zona ubicada entre los puntos más tensionados sufre esfuerzos claramente superiores a los de las otras grandes superficies de las piezas. De todos modos, siguen encontrándose a aproximadamente un orden de magnitud de las tensiones más altas sufridas en todo el conjunto, que son las que pueden encontrarse en la rejilla del altavoz (23i), las zonas entre esta última y la caja de la conexión de auriculares y el aplique de luz de techo (22i), y las áreas que rodean los taladros 13i, 10i, 7i y 8i.



**Figura 106. Tensión principal máxima (MPa) en GFRP. Ac. X hacia delante.**

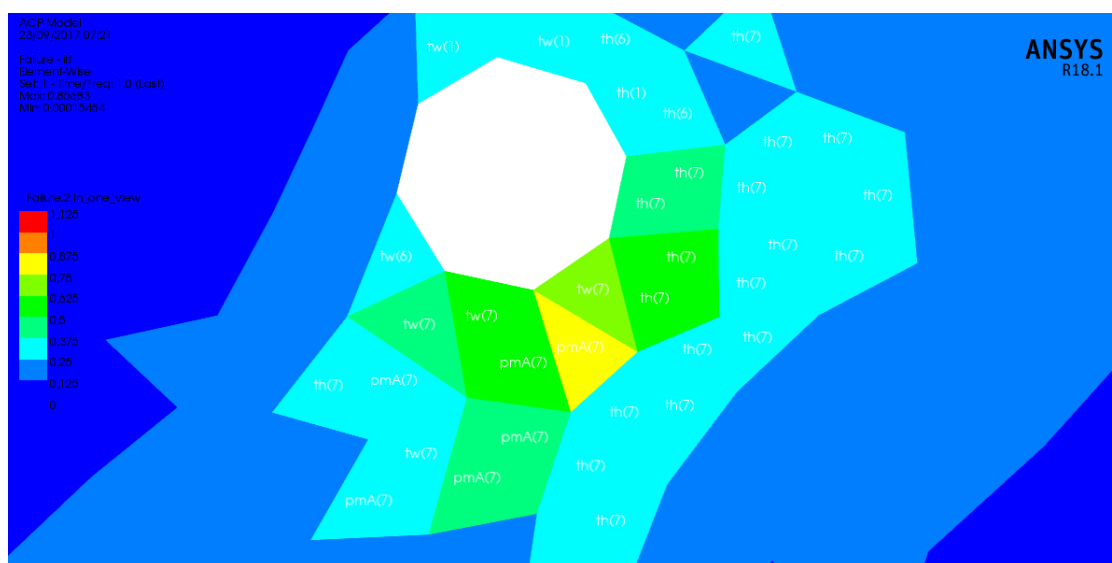


**Figura 107. Tensión normal (MPa) en GFRP. Ac. Z hacia abajo.**

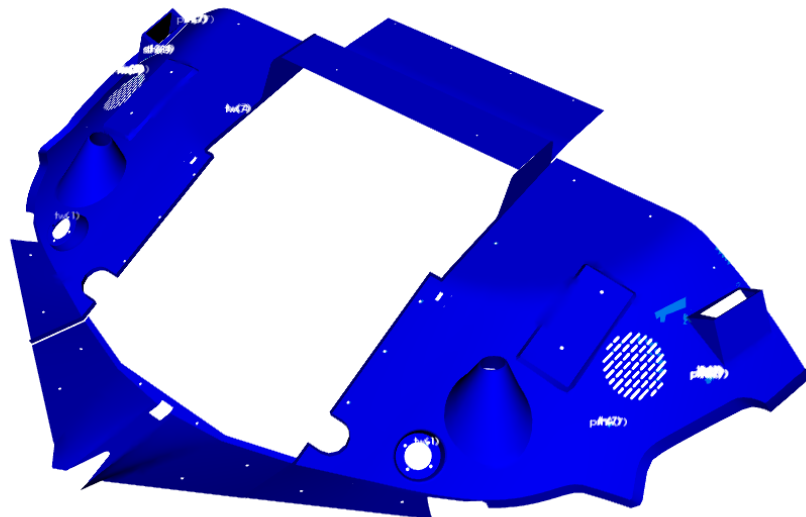
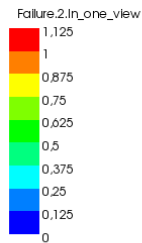
### 10.2.3. Índices de fallo

El análisis de los criterios de fallo que ANSYS realizó revela que, en las zonas más comprometidas, el índice de fallo en los criterios estudiados se aproxima mucho a 1 (cuando se produciría el fallo), mientras que en el resto de la pieza se mantiene muy por debajo. En la Figura 108 se aprecia la concentración de tensiones, y el aumento de los factores mencionados (llegando a un valor de casi 0,857), en la zona inmediatamente adyacente al taladro 7b – como referencia, dicho taladro tiene 5 mm de diámetro. En dichas zonas comprometidas, pueden encontrarse puntos con altos valores tanto del criterio de Tsai-Wu como del criterio de Tsai-Hill. Compárese con la Figura 109, donde se observa que el resto del conjunto tiene valores muy bajos de índice de fallo. Se puede concluir que las tensiones peligrosas están extremadamente concentradas alrededor de ciertas zonas como las ya mencionadas. En contraste, podría decirse que el material está incluso infrautilizado en el resto de la pieza.

Adicionalmente, resulta conveniente señalar que las láminas donde se registran las mayores tensiones y los mayores índices de fallo son las número 1 y 7, es decir, las que se encuentran en primera y última posición en el apilado, y son por ello, las láminas exteriores. Esto es lo que cabría esperar de un laminado muy homogéneo: que, ante esfuerzos de flexión, las zonas exteriores sufran las mayores tensiones. Esto indica el buen funcionamiento del laminado en este sentido.



**Figura 108. Índice de fallo en laminado GFRP – taladro 7<sub>b</sub>. Ac. X hacia delante.**



**Figura 109. Índice de fallo en laminado GFRP. Ac. X hacia delante.**

#### 10.2.4. Análisis comparativo

Comparando entre las dos alternativas, se advierte que el laminado sufre desplazamientos notablemente mayores que el PETg. Dependiendo del caso, pueden ser entre un 50% y un 80% mayores, aproximadamente. Aun así, nunca llegan a alcanzar los 4 mm en el peor de los casos. No parece un factor comprometedor, dado que no es un componente de precisión, y está situado a cierta distancia por encima de los ocupantes de la cabina, por lo que sería difícil advertirlo; por ello no parece que vaya a constituir tampoco un problema estético.

En el caso de las tensiones, en los casos más exigentes el PETg alcanza unos valores de tensiones que se aproximan a las admisibles, y en el caso del laminado, los valores también se aproximan al límite. Los valores de tensiones que sufre el GFRP llegan a estar duplicando o incluso casi triplicando los del PETg. Esto es esperable, ya que los espesores son claramente menores en el caso del laminado, por lo que hay menor sección resistente, pero lo que se espera es compensarlo con la mayor resistencia del material empleado.

Mientras, el cambio de material se traduce en una disminución importante de peso, que es el objetivo principal del trabajo. Las Tablas 7 y 8 detallan las masas de cada pieza del conjunto y las totales.

Con esta información, puede plantearse el ahorro de masa que ha producido el cambio de material.

$$AHORRO\ MASA = m_{PETg} - m_{LAM} = 4,951\ kg - 3,682\ kg = 1,269\ kg$$

$$\%_{AHORRO\ MASA} = \frac{m_{PETg} - m_{LAM}}{m_{PETg}} \cdot 100 = \frac{4,951\ kg - 3,682\ kg}{4,951\ kg} \cdot 100 = 0,2563 \cdot 100 = 25,63\ \%$$

<b>PIEZAS PETg</b>	<b>VOLUMEN (m<sup>3</sup>) (dato)</b>	<b>ESPESOR (m) (dato)</b>	<b>ÁREA (m<sup>2</sup>)</b>	<b>MASA (kg)</b>
<b>Panel copiloto</b>	1,306E-03	0,003	0,435333	1,6594
<b>Cono copiloto</b>	8,420E-05	0,002	0,042101	0,10694
<b>Caja copiloto</b>	9,346E-05	0,003	0,031152	0,11869
<b>Panel delantero</b>	1,705E-04	0,0015	0,11364	0,21648
<b>Panel trasero</b>	7,596E-04	0,003	0,253183	0,96462
<b>Caja Piloto</b>	9,346E-05	0,003	0,031152	0,11869
<b>Cono Piloto</b>	8,399E-05	0,002	0,041995	0,10667
<b>Panel Piloto</b>	1,307E-03	0,003	0,4355	1,6593
<b>Total</b>	<b>3,898E-03</b>	<b>-</b>	<b>1,384056</b>	<b>4,951</b>

***Tabla 7. Masa de cada pieza en el conjunto PETg.***



<b>PIEZAS GFRP</b>	<b>ÁREA (m<sup>2</sup>) (dato)</b>	<b>ESPESOR (m) (dato)</b>	<b>VOLUMEN (m<sup>3</sup>)</b>	<b>MASA (kg)</b>
<b>Panel copiloto</b>	0,435333	0,0014	6,095E-04	1,157985578
<b>Cono copiloto</b>	0,042101	0,0014	5,894E-05	0,11198866
<b>Caja copiloto</b>	0,031152	0,0014	4,361E-05	0,08286432
<b>Panel delantero</b>	0,11364	0,0014	1,591E-04	0,3022824
<b>Panel trasero</b>	0,253183	0,0014	3,545E-04	0,6736678
<b>Caja Piloto</b>	0,031152	0,0014	4,361E-05	0,08286432
<b>Cono Piloto</b>	0,041995	0,0014	5,879E-05	0,11170067
<b>Panel Piloto</b>	0,4355	0,0014	6,097E-04	1,15843
<b>Total</b>	<b>1,384056</b>	<b>-</b>	<b>1,938E-03</b>	<b>3,682</b>

***Tabla 8. Masa de cada pieza en el conjunto GFRP.***

### 10.3. Costes de fabricación

Esta estructura de costes proviene de ofertas requeridas por SerTec para la fabricación de los componentes. Esta información fue recuperada de documentos internos de la compañía, cedidos generosamente para poder extraer valores adecuados para el caso analizado.

Se dispone de ofertas realizadas para los moldes de las piezas. Dichas ofertas estaban orientadas a la fabricación de las piezas en material compuesto GFRP. Sin embargo, gracias a la gran flexibilidad que ofrece el PETg en cuanto a los materiales de que pueden estar hechos los moldes para trabajar con él <sup>[104]</sup>, se considera que el mismo molde puede ser usado para fabricar ambos tipos de componentes. Así, el mismo valor figurará en el coste de los moldes en ambos casos.

#### 10.3.1. **Coste fabricación GFRP**

Se propone la fabricación de las piezas en laminado GFRP mediante el proceso más sencillo, el apilado en húmedo ("*wet lay-up*"). El proveedor ofrece un precio cerrado para cada molde y otro para la fabricación de cada pieza, integrando todos los costes en dichos valores. Las cifras se detallan a continuación:

- Panel Delantero:  
Molde = 918 €    Pieza = 248 €
- Panel Trasero:  
Molde = 2133 €    Pieza = 231 €
- Panel Lateral (Piloto o Copiloto):  
Molde = 3111 €    Pieza = 447 €

Con estos valores, puede calcularse el coste completo de fabricar todo el conjunto:

$$COSTE_{GFRP} = (918 \text{ €} + 248 \text{ €}) + (2133 \text{ €} + 231 \text{ €}) + 2 \cdot (3111 \text{ €} + 447 \text{ €}) = 10646 \text{ €}$$

#### 10.3.2. **Coste fabricación PETg**

Para el caso de PETg, se sugiere la fabricación mediante termoformado de láminas cortadas a medida por el suministrador. Para ello, para cada una de las piezas que conforman el sistema (y cada uno de los paneles laterales están formados por tres piezas: el "panel" principal propiamente dicho, el "cono" y la "caja") se especifica una lámina de materia prima de un área que asegure que se puede fabricar la pieza deseada a partir de ella. Entonces, se establece un coste de materia prima a partir del precio de las láminas de un suministrador de PETg <sup>[105]</sup>.

- Panel Delantero (lámina de espesor 1,5 mm):

$$\text{Área} \cong 0,114 \text{ m}^2 \quad \text{Lámina: } 0,65 \text{ m} \times 0,4 \text{ m} = 0,26 \text{ m}^2 \quad \text{Precio: } 17,05 \text{ €}$$

- Panel Trasero (lámina de espesor 3 mm):

$$\text{Área} \cong 0,253 \text{ m}^2 \quad \text{Lámina: } 0,65 \text{ m} \times 0,6 \text{ m} = 0,39 \text{ m}^2 \quad \text{Precio: } 27,90 \text{ €}$$

- Panel lateral (lámina de espesor 3 mm):

$$\text{Área} \cong 0,435 \text{ m}^2 \quad \text{Lámina: } 0,7 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 0,7 \text{ m}^2 \quad \text{Precio: } 50,05 \text{ €}$$

- Cono (Panel Lateral) (lámina de espesor 2 mm):

$$\text{Área} \cong 0,0421 \text{ m}^2 \quad \text{Lámina: } 0,3 \text{ m} \times 0,45 \text{ m} = 0,135 \text{ m}^2 \quad \text{Precio: } 17,05 \text{ €}$$

- Caja (Panel Lateral) (lámina de espesor 3 mm):

$$\text{Área} \cong 0,0311 \text{ m}^2 \quad \text{Lámina: } 0,25 \text{ m} \times 0,3 \text{ m} = 0,075 \text{ m}^2 \quad \text{Precio: } 17,05 \text{ €}$$

Ya se ha establecido que puede utilizarse el mismo molde para el PETg que para el laminado GFRP, por lo que el coste en moldes será idéntico. Aprovechando los mismos moldes, un fabricante ofrece realizar un termoformado al vacío por los siguientes precios (se añade el precio del material, especificado más arriba):

- Panel Delantero:  $17,05 \text{ €} + 110 \text{ €} = 127,05 \text{ €}$

- Panel Trasero:  $27,90 \text{ €} + 110 \text{ €} = 137,90 \text{ €}$

- Panel lateral:  $50,05 \text{ €} + 110 \text{ €} = 160,05 \text{ €}$

- Cono (Panel Lateral):  $17,05 \text{ €} + 110 \text{ €} = 127,05 \text{ €}$

- Caja (Panel Lateral):  $17,05 \text{ €} + 110 \text{ €} = 127,05 \text{ €}$

Conviene señalar que, pese a que para el presente trabajo se pide una sola unidad de cada tipo, este tipo de servicios suelen contratarse para fabricar tiradas de miles, o al menos cientos de unidades, en cuyo caso la posibilidad de automatizar y escalar el proceso produce grandes mejoras en el coste y la cadencia de fabricación <sup>[106] [107] [108] [109]</sup>.

$$COSTE_{GFRP} = (918 \text{ €} + 127,05 \text{ €}) + (2133 \text{ €} + 137,90 \text{ €}) + 2 \cdot [3111 \text{ €} + 160,05 + 2 \cdot 127,05]$$

$$COSTE_{GFRP} = 10366,25 \text{ €}$$

Como puede apreciarse, en este caso, para un solo lote de piezas la ventaja económica apenas se aprecia. Los sistemas con los que se suele trabajar para producir polímeros termoplásticos suelen estar optimizados para la fabricación en serie, y cuanto mayor sea la tirada, más se reducen los costes con respecto a los procesos para fabricar materiales compuestos (sobre todo los basados en laminados de fibras unidireccionales), que no permiten grandes cadencias de fabricación al no ser escalables de la misma manera que los primeros.

## **CONCLUSIONES**

Las reflexiones finales que suscitan estos resultados tienen que ver, primero, con la conveniencia de llevar a cabo el cambio de material que se ha estudiado. Ha de aclararse que hay otros tipos de consideraciones que deben hacerse para justificar de un modo realista una decisión de este tipo. Dichos factores a tener en cuenta tienen que ver forzosamente con la metodología de fabricación, la cadencia de unidades que permita generar y sus costes asociados, además de los propios costes del material. Puede adelantarse que, en el tema de los costes, éstos se incrementan al utilizar el material compuesto, y la cadencia de fabricación se ralentizará. Esto se refleja en el estudio de costes anterior, aunque no tanto como sería en la realidad, de contarse con unos lotes de fabricación de volumen más realista.

Por otra parte, el ahorro de peso permite a su vez utilizar menor combustible, con lo cual se recupera parte del coste adicional, y también permite, para un mismo MTOW, dedicar ese peso libre a pasajeros o carga, lo cual aumentaría el rendimiento económico por viaje, y ello también contribuiría a recuperar parte del coste extra del nuevo material. Además, el menor uso de combustible reduce directamente las emisiones contaminantes y de efecto invernadero del avión, lo cual es beneficioso desde el punto de vista medioambiental y de cumplimiento de normativa.

En definitiva, para todos estos factores habría que hacer estudios específicos para determinar qué valor tiene cada uno de estos factores, y si efectivamente se produce un ahorro económico a largo plazo o no, y si merece la pena tomar la decisión.

En el aspecto estrictamente mecánico, que es el que se trata en el presente estudio, los resultados parecen indicar que la resistencia de las piezas utilizando este laminado particular tienen una resistencia similar a la del material original, y podrían sustituirlo con garantías similares de soportar las cargas exigidas por la normativa.

Un comentario importante es que las cargas simuladas corresponden a un supuesto en la normativa para aterrizaje de emergencia, que es una situación excepcional en el funcionamiento del avión. La gran mayoría del tiempo, y quizá siempre, estas piezas estarán en un estado de carga mucho menor, con valores quizá un orden de magnitud menor.

Por otra parte, al hacer el análisis se han tomado ciertas hipótesis despreciando aspectos como la situación en los bordes del laminado, las tensiones interlaminares y la adhesión entre piezas distintas, que requieren otras metodologías de análisis que escapan al alcance de este proyecto. Podría darse el caso en que, de tener todo esto en cuenta, se llegara al fallo del componente. Sin embargo, viendo la configuración de estos paneles, se advierte que hay de seis a ocho ubicaciones bien determinadas donde podría manifestarse la rotura. Incluso en este caso, existe el doble de ese número de puntos donde los paneles están atornillados a la estructura de la cabina, en las zonas exteriores de dichos paneles, y en dichos puntos se prevé que la tensión todavía tendría que aumentar en buena medida para que fallasen también.

Lo que se argumenta es que la pieza, incluso en caso de rotura en los puntos más comprometidos en una situación muy excepcional, estaría muy bien sujeta, con muy bajas

probabilidades de desprenderse por completo, o incluso sólo una parte. Además, la pieza es liviana, por lo que no causaría un impedimento a la tripulación en caso de tener que evacuar.

En cualquier caso, con vistas a una continuación del trabajo en el sentido de mejorar el componente, se hacen algunas propuestas de optimización. La primera es realizar un análisis más preciso teniendo en cuenta factores despreciados en el presente estudio, como los previamente comentados. Ello permitirá tener una mejor idea del comportamiento del material.

La segunda propuesta, más de índole práctica y de diseño, consistiría en aumentar el espesor del laminado sólo en las áreas próximas a los puntos comprometidos, para disminuir las tensiones en ellos. Quizá con efectuar esta medida en un radio de unos pocos centímetros alrededor de estas ubicaciones sería ya suficiente para distribuir las tensiones de una forma mucho más satisfactoria. Incluso, en el resto de la pieza, que experimenta unas tensiones mucho más bajas, se podría disminuir el espesor del laminado, y bajar el peso a la vez que las tensiones, aunque aumenten, no llegarán a estar en valores reseñables.

Estos cambios implican análisis complejos en las zonas de cambio de espesor de laminado, que no se cubren con el análisis presente, por lo que implicarían recurrir en parte a la medida que se proponía en primer lugar.

Finalmente, se podría aumentar el espectro de materiales estudiados, tanto en composición como en composición. Como primera aproximación, se sugiere probar con láminas de material compuesto tejido, que pueden tener propiedades bastante equilibradas. Del compromiso entre todos estos factores derivara la factibilidad de las alternativas presentadas.

Como ya se comentó previamente, el peso total de los materiales del interior de un avión comercial puede ser muy significativo. Por ello, aunque el peso de los componentes analizados es modesto (unos pocos kilogramos), el enfoque perseguido en este proyecto, si se extrapola al resto de piezas del interior del avión, puede suponer un ahorro de peso muy relevante. Este ahorro puede dedicarse a aumentar la carga útil, lo cual aumenta la rentabilidad operativa del vuelo, o a incrementar la capacidad de combustible, lo cual contribuiría a aumentar el rango de vuelo del aparato. Entonces, puede ser interesante dedicar recursos en esta dirección, ya que se pueden conseguir ventajas que permitan a la aeronave ser más eficiente, y más rentable a lo largo de su vida útil.

En síntesis, la conclusión del autor es que el objetivo final del trabajo se ha cumplido, pues se ha demostrado que es viable aprovechar las ventajas de mayor resistencia específica que poseen los materiales compuestos, en pos de su utilización sustituyendo a materiales plásticos en interiores de aviones de transporte comercial con el objetivo de ahorrar peso, cosa muy valiosa en el diseño de estos aparatos.

## **REFERENCIAS**

- [1]. <http://www.atraircraft.com/products/list.html>
- [2]. <http://www.airliners.net/photo/Air-Nostrum-Iberia-Regional/ATR-ATR-72-500-ATR-72-212A/1976828/L>
- [3]. [https://web.archive.org/web/20100924091704/http://www.seguridadeaerea.es/AESA/LANG\\_CASTELLANO/SEGURIDAD\\_AEREA/AERONAVEGABILIDAD/QUE\\_ES/](https://web.archive.org/web/20100924091704/http://www.seguridadeaerea.es/AESA/LANG_CASTELLANO/SEGURIDAD_AEREA/AERONAVEGABILIDAD/QUE_ES/)
- [4]. <https://www.easa.europa.eu/easa-and-you/aircraft-products/aircraft-certification>
- [5]. [https://www.faa.gov/aircraft/air\\_cert/airworthiness\\_certification/aw\\_overview/](https://www.faa.gov/aircraft/air_cert/airworthiness_certification/aw_overview/)
- [6]. [https://www.faa.gov/aircraft/air\\_cert/airworthiness\\_certification/std\\_awcert/](https://www.faa.gov/aircraft/air_cert/airworthiness_certification/std_awcert/)
- [7]. <https://www.easa.europa.eu/the-agency/the-agency>
- [8]. <https://www.easa.europa.eu/system/files/dfu/CS-25%20Amendment%2019.pdf>
- [9]. <https://www.easa.europa.eu/regulations>
- [10]. [https://www.faa.gov/regulations\\_policies/handbooks\\_manuals/aircraft/amt\\_handbook/media/FAA-8083-30\\_Ch12.pdf](https://www.faa.gov/regulations_policies/handbooks_manuals/aircraft/amt_handbook/media/FAA-8083-30_Ch12.pdf)
- [11]. [http://fsims.faa.gov/PICDetail.aspx?docId=8900.1,Vol.4,Ch3,Sec1\\_SAS](http://fsims.faa.gov/PICDetail.aspx?docId=8900.1,Vol.4,Ch3,Sec1_SAS)
- [12]. [http://www.atraircraft.com/products\\_app/media/pdf/FAMILY\\_septembre2014.pdf](http://www.atraircraft.com/products_app/media/pdf/FAMILY_septembre2014.pdf)
- [13]. <https://www.easa.europa.eu/system/files/dfu/CS-25%20Amendment%2019.pdf>
- [14]. <https://www.gpo.gov/fdsys/pkg/CFR-2002-title14-vol1/pdf/CFR-2002-title14-vol1-part25.pdf>
- [15]. [https://www.easa.europa.eu/system/files/dfu/Decision\\_ED\\_2004\\_04\\_CF.pdf](https://www.easa.europa.eu/system/files/dfu/Decision_ED_2004_04_CF.pdf)
- [16]. N/A02-21-0000-SYD-02000 Rev. 02. Rexroth Bosch Group
- [21]. Nikhil V Nayak: “*Composite Materials in Aerospace Applications*”. International Journal of Scientific and Research Publications, Volume 4, Issue 9, September 2014.
- [22]. Flake Campbell Jr. : “*Manufacturing Technology for Aerospace Structural Materials*”. Elsevier, 2006.
- [23]. Suong V. Hoa: “*Principles of the Manufacturing of Composite Materials*”. DETech Publications, 2009.
- [24]. <https://netcomposites.com/guide-tools/guide>
- [25]. George Wypych: “*Handbook of polymers*”. ChemTec Publishing, 2016
- [26]. <https://netcomposites.com/guide-tools/guide/resin-systems/resin-types/>
- [27]. George H. Staab: “*Laminar Composites*”. Butterworth-Heinemann, 2016.
- [28]. <https://netcomposites.com/guide-tools/guide/reinforcements/>
- [29]. FAA’s “*Aviation Technician Maintenance Handbook. Chapter 7: Advanced Composite Materials*”. [https://www.faa.gov/regulations\\_policies/handbooks\\_manuals/aircraft/amt\\_airframe\\_handbook/](https://www.faa.gov/regulations_policies/handbooks_manuals/aircraft/amt_airframe_handbook/)
- [30]. <https://netcomposites.com/guide-tools/guide/manufacturing/>
- [31]. Advanced Composites Materials and their Manufacture Technology Assessment. <https://energy.gov/sites/prod/files/2015/02/f19/QTR%20Ch8%20-%20Composite%20Materials%20and%20Manufacture%20Feb-13-2015.pdf>

- [32]. P.E. Irving, C. Soutis: “*Polymer Composites in the Aerospace Industry*”. Woodhead Publishing, 2014.
- [33]. <https://www.compositesworld.com/blog/post/fabrication-methods>
- [34].  
<http://www.designworldonline.com/reinforcement-strategies-for-high-performance-composites/#>
- [35]. <http://www.frprawmaterial.com/frp-process.html>
- [36]. <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=318>
- [37]. <https://www.sinotech.com/resources/tutorials/compression-transfer-molding/>
- [38]. [http://www.composites.ugent.be/home\\_made\\_composites/documentation/SP\\_Composites\\_Guide.pdf](http://www.composites.ugent.be/home_made_composites/documentation/SP_Composites_Guide.pdf)
- [39].  
<http://www.sensorprod.com/research-articles/2016/2016-02-Composite-Manufacturing-Applications/>
- [40].  
<http://www.automateddynamics.com/article/thermoplastic-composite-basics/processing-methods/automated-fiber-placement>
- [41]. <https://linset.it/it/news/scheda.php?id=77&st=0&k=Introduction-Vacuum-Infusion>
- [42]. <https://netcomposites.com/guide-tools/guide/manufacturing/filament-winding/>
- [43]. <http://www.compositesworld.com/articles/composites-in-aircraft-interiors-2012-2022>
- [44]. <http://www.quantumcomposites.com/applications/aircraft-interiors/>
- [45]. [https://www.tencatecomposites.com/media/0b1a157b-8ea1-4fa1-ad3f-e136e234570e/9Fdnrq/TenCate%20Advanced%20Composites/Documents/Selector%20guides/Aerospace%20selector%20guides/TenCate\\_Aircraft-interiors\\_advanced-composite-materials\\_selector-guide.pdf](https://www.tencatecomposites.com/media/0b1a157b-8ea1-4fa1-ad3f-e136e234570e/9Fdnrq/TenCate%20Advanced%20Composites/Documents/Selector%20guides/Aerospace%20selector%20guides/TenCate_Aircraft-interiors_advanced-composite-materials_selector-guide.pdf)
- [46]. <http://www.fdcocomposites.com/aircraft-interiors/#>
- [47]. <http://www.cyttec.com/businesses/aerospace-materials/industries-applications/aircraft-interiors>
- [48]. [http://www.aircraftinteriorsexpo.com/\\_novadocuments/23169](http://www.aircraftinteriorsexpo.com/_novadocuments/23169)
- [49]. W.P. Vellinga, G. Eising, F.M. de Wit, J.M.C Mol, H. Terryn, J.H.W. de Wit, J.Th.M. De Hosson: “*Adhesion at Al-hydroxide-polymer interfaces: Influence of chemistry and evidence for microscopic self-pinning*”. Elsevier. 10 May 2010.
- [50]. [www.nudec.es/placas-de-copolimero-de-poli-etilentereftalato-petg](http://www.nudec.es/placas-de-copolimero-de-poli-etilentereftalato-petg)
- [51]. [http://www.perspex.co.uk/products/polyester/veralite%C2%AE-200-\(apet\)/](http://www.perspex.co.uk/products/polyester/veralite%C2%AE-200-(apet)/)
- [52]. Luis Ortiz Berrocal: “*Resistencia de Materiales, segunda edición*”. McGraw-Hill, 2002.
- [53]. <http://www.makeitfrom.com/material-properties/Glycol-Modified-Polyethylene-Terephthalate-PETG-PET-G>

A su vez basado en:

- Charles A. Harper (editor): “*Modern Plastics Handbook*”. McGraw-Hill, 1999.
- J. A. Brydson: “*Plastics Materials, 7th ed*”. Butterworth-Heinemann, 1999.
- Michael L. Berins (editor): “*SPI Plastics Engineering Handbook of the Society of the Plastics Industry, Inc., 5th edition*”. Springer, 1991.

- [54]. <http://www.matweb.com/search/datasheet.aspx?matguid=dd9dc825c28d408988c396840a608469>



[55]. [https://www.researchgate.net/publication/45244640\\_Adhesion\\_at\\_Al-hydroxide-polymer\\_interfaces\\_Influence\\_of\\_chemistry\\_and\\_evidence\\_for\\_microscopic\\_self-pinning](https://www.researchgate.net/publication/45244640_Adhesion_at_Al-hydroxide-polymer_interfaces_Influence_of_chemistry_and_evidence_for_microscopic_self-pinning)

[56].

[https://web.archive.org/web/20031006212043/http://www.alcoa.com/adip/catalog/pdf/Extruded\\_Alloy\\_6063.pdf](https://web.archive.org/web/20031006212043/http://www.alcoa.com/adip/catalog/pdf/Extruded_Alloy_6063.pdf)

[57]. <http://asm.matweb.com/search/SpecificMaterial.asp?bassnum=MA6063T6>

Que refiere a su vez, de:

Información provista por The Aluminum Association, Inc. de “*Aluminum Standards and Data 2000 and/or International Alloy Designations and Chemical Composition Limits for Wrought Aluminum and Wrought Aluminum Alloys*” (Revisado en 2001).

<http://aluminum.org/aluminum-advantage/infographic-gallery/aluminum-alloys-101>

<http://aluminum.org/aluminum-advantage/infographic-gallery/pac-101>

“*Metals Handbook, Vol.2 - Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose Materials*”, ASM International 10th Ed. 1990.

John M. (Tim) Holt, Technical Ed; C. Y. Ho, Ed.: “*Structural Alloys Handbook*”. CINDAS/Purdue University, West Lafayette, IN, 1996.

[58]. ASM Handbook Committee: “*ASM Handbook, Volume 2: Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose Materials*”. ASM International, 1990.

<https://materialsdata.nist.gov/dspace/xmlui/bitstream/handle/11115/179/Properties%20of%20Wrought%20Aluminum.pdf?sequence=3&isAllowed=y>

[59]. [https://www1.nyc.gov/assets/buildings/building\\_code/1938BC\\_ARTICLE8.pdf](https://www1.nyc.gov/assets/buildings/building_code/1938BC_ARTICLE8.pdf)

[60]. <https://plenco.com/phenolic-novolac-resol-resins.htm>

[61]. <http://www.hexion.com/epoxyphenoliccomposites/aerospace/>

[62]. <http://www.fastening-solutions.co.uk/features/composites-in-the-aerospace-industry/66046/>

[63]. <https://compositesuk.co.uk/composite-materials/properties/fire-performance>

[64]. <http://www.compositesworld.com/articles/composites-101-fibers-and-resins>

[65]. <https://www.sbhpp.com/products-applications/aerospace-transportation>

[66]. <http://www.fastening-solutions.co.uk/features/composites-in-the-aerospace-industry/66046/>

[67]. [https://www.gp-chemicals.com/Aerospace\\_Transportation\\_Automotive\\_Industry](https://www.gp-chemicals.com/Aerospace_Transportation_Automotive_Industry)

[68]. <http://www.unitedcomposites.net/engelsepaginas/fireretardantcomposites.htm>

[69]. K.M. Gupta: “*Engineering Materials: Research, Applications and Advances*”. CRC Press, 2014.

[70]. Van Krevelen, D. W. : “*Properties of polymers*”. Elsevier, 3º edición completamente revisada, 1997.

[71]. Antonio Miravete: “*Los nuevos materiales en la construcción*”. Editorial Reverté, 1995.

[72]. [http://msl1.mit.edu/MIB/3.57/LectNotes/gm\\_tech\\_composites.pdf](http://msl1.mit.edu/MIB/3.57/LectNotes/gm_tech_composites.pdf)

[73]. <http://altairnlighten.com/in-depth/fiber-reinforced-composites/>

- [74].  
[https://www.usna.edu/Users/mecheng/pjoyce/composites/Short\\_Course\\_2003/2\\_PAX\\_Short\\_Course\\_Fibers.pdf](https://www.usna.edu/Users/mecheng/pjoyce/composites/Short_Course_2003/2_PAX_Short_Course_Fibers.pdf)
- [75]. <http://www.bolton.ac.uk/codate/spguidetocomposites.pdf>
- [76]. <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=764>
- [77]. Gupta, V.B.; V.K. Kothari: "Manufactured Fibre Technology". Springer, 1997.
- [78]. P.K. Mallick: "Composites Engineering Handbook". CRC Press, 1997.
- [79]. P. Somasundaran (editor): "Encyclopedia of Surface and Colloid Systems, Volume 6". CRC Press, 2006.
- [80]. Jean-Marie Berthelot: "Composite Materials". Springer, 1999.
- [81]. F. T. Wallenberger, P. A. Bingham: "Fiberglass and glass technology". Springer, 2010.
- [82]. P. K. Mallick: "Fiber-reinforced composites". CRC Press, Taylor & Francis Group, 2008.
- [83]. <http://ocw.uc3m.es/mecanica-de-medios-continuos-y-teoria-de-estructuras/mecanica-de-materiales-compuestos>
- [84]. <http://www6.uniovi.es/usr/fblanco/AP.T12.1-MPyC.Tema12.DeformacionElasticaCompuestosFibraLarga.Laminados.pdf>
- [85]. Gibson, R. (2007). "Principles of composite material mechanics" (2nd ed.). Boca Raton, FL: CRC Press.
- [86]. Powell, Peter C.: "Engineering with Polymers". Chapman & Hall, 1º edición, 1983.
- [87]. <http://ocw.uc3m.es/mecanica-de-medios-continuos-y-teoria-de-estructuras/mecanica-de-materiales-compuestos/material-de-clase-1/rotura-de-la-lamina/view>
- [88]. A. A. Shabana: "Theory of Vibration. Volume II: Discrete and Continuous Systems". Springer-Verlag, 1991.
- [89]. Gasser F. Abdelal, Nader Abuelfoutouh, Ahmed H. Gad: "Finite Element Analysis for Satellite Structures: Applications to Their Design, Manufacture and Testing". Springer, 2012.
- [90]. Clarence W. de Silva: "Vibration: Fundamentals and Practice, Second Edition". CRC Press, 2006.
- [91]. <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6294/06Efv06de23.pdf;sequence=6>
- [92].  
[http://ocw.uc3m.es/mecanica-de-medios-continuos-y-teoria-de-estructuras/ingenieria-estructural/material-de-clase-1/transparencias/Capitulo\\_9\\_-Elementos\\_finitos.pdf/view](http://ocw.uc3m.es/mecanica-de-medios-continuos-y-teoria-de-estructuras/ingenieria-estructural/material-de-clase-1/transparencias/Capitulo_9_-Elementos_finitos.pdf/view)
- [93]. Saeed Moaveni, "Finite Element Analysis. Theory and application with ANSYS". Prentice-Hall, 1999.
- [94]. [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_SOLID187.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SOLID187.html)
- [95]. ANSYS Workbench Help. "13.187. SOLID187 - 3-D 10-Node Tetrahedral Structural Solid".
- [96]. [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_thry/thy\\_el187.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_thry/thy_el187.html)
- [97]. [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_thry/thy\\_shp8.html#thyeq1tet10nov2601](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_thry/thy_shp8.html#thyeq1tet10nov2601)
- [98]. <http://www.colorado.edu/engineering/CAS/courses.d/AFEM.d/AFEM.Ch09.d/AFEM.Ch09.pdf>
- [99].  
[https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_SHELL181.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SHELL181.html)
- [100]. ANSYS Workbench Help. "13.181. SHELL181 - 4-Node Shell".

- [101]. [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_thry/thy\\_el181.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_thry/thy_el181.html)
- [102]. [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans\\_thry/thy\\_shp5.html#thyeq1q4nov2601](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_thry/thy_shp5.html#thyeq1q4nov2601)
- [103]. <http://www.colorado.edu/engineering/CAS/courses.d/AFEM.d/AFEM.Ch34.d/AFEM.Ch38.pdf>
- [104]. <http://www.nudec.es/media/00pdfs/01esp/fichatecnica/Ficha-tecnica-NUDEC-PETg.pdf>
- [105]. <https://www.acmeplastics.com/cut-to-size-clear-petg-sheet>
- [106]. <http://lindarcorp.com/thermoforming-cost-comparison-chart/>
- [107]. <http://www.rayplastics.com/learn-about-thermoforming/thermoforming-basics/>
- [108]. <http://www.bpf.co.uk/plastipedia/processes/Thermoforming.aspx>
- [109]. <http://www.productiveplastics.com/processes/>